کمینه سازی مصرف آب و تولید پساب در صنایع با استفاده از روش برنامه‌ریزی خطی و غیرخطی

محسن سعیدی، مجید حسن‌زاده

گروه آب و محیط زیست، دانشکده عمران دانشگاه علم و صنعت ایران

چکیده

با طراحی شبکه مناسب بین فرآیندهای مصرف کننده آب در صنایع فرآیندی و شیمیایی نظیر صنایع پتروشیمی و پالایشگاهی جهت استفاده مجدد از پساب یک فرآیند به‌عنوان آب تغذیه سایر فرآیندها می‌توان میزان تولید پساب را کاهش داد. این امر نه تنها موجب کاهش حجم واحدهای تصفیه می‌شود بلکه صرفه‌جویی در مصرف آب و مواد مصرفی را نیز به دنبال دارد. در این مقاله از روش برنامه‌ریزی خطی (LP) وبرنامه‌ریزی غیر خطی (NLP) برای کمینه سازی مصرف آب و تولید پساب برای جریانات تک آلاینده و چند آلاینده در حالت وجود و یا عدم وجود فرآیند احیا در شبکه استفاده شده است. استفاده از روش‌های مذکور ضمن کاهش زمان محاسبه نسبت به تکنولوژی پینچ، دقت محاسبات را نیز بالا برده و بویژه برای شبکه‌های بزرگتر و مسائل شامل چند آلاینده کاربرد بیشتری دارد. دبی حداقل و پارامترهای مورد نیاز برای طراحی شبکه پس از وارد کردن داده‌های فرآیندی به برنامه و حل مدل، در صفحه نمایش خروجی نمایش داده می‌شوند که با استفاده از آنها می‌توان شبکه مصرف کننده آب بین واحدها را ترسیم کرد. دبی حداقل به‌دست آمده در این روش با دبی حاصل از روش تکنولوژی پینچ برابر بوده اما شبکه ترسیم شده در برخی موارد متفاوت می‌باشد.

[Downloaded from necjournals.ir on 2026-02-22]

مقدمه

امروزه آلودگی به عنوان یک پدیده ناخواسته و یک محصول جانبی درعملکرد صنعت در نظر گرفته می‌شود که به صورت‌های گوناگون و از منابع مختلف تولید می‌شود. یکی از این آلودگی‌ها پسابهای صنعتی هستند که سالانه در حجم بسیار زیاد از منابع مصرف کننده آب در صنایع تولید می‌شوند. در بیشتر صنایع نظیر واحدهای نیروگاهی و پتروشیمی آب پس از مصرف در فرآیندهای مختلف و یا واحدهای تولید آب و بخار[1] نظیر بویلرها و برج های خنک کننده به دلیل تغییر برخی از خصوصیات فیزیکی، شیمیایی و بیولوژیکی در اثر به کار گیری در فرایندها به صورت پساب درمی‌آید. به عنوان مثال در مواردی مانند عملیات انتقال جرم، فرآیندهای شستشو، انتقال حرارت با تماس مستقیم واژکتورهای بخار، پساب ایجاد می‌شود. همچنین سیستم‌های تأسیسات مانند بویلر و برج خنک کن، پساب ایجاد می‌کنند. مصارف آب در صنایع به دو گونه اصلی است: ۱- مصارف فرآیندی[2] ۲- مصارف سیستم های تولید آب و بخار. مصارف جانبی از قبیل آب اشامیدنی، شستشو و ... نیز بخشی از آب مصرفی را تشکیل می‌دهند. منابع اصلی تولید پساب شامل پساب فرآیندی، تلفات چگالنده ها[3]، دور ریز آب برجهای خنک کننده و بویلرها[4] و پساب تولیدی از شستشو و یا آب باران می باشند. این پسابها پس از اعمال روش‌های گوناگون تصفیه بر روی آن‌ها به محیط زیست تخلیه می‌شوند. حجم زیاد پساب در این صنایع سبب افزایش فزاینده هزینه‌های تصفیه برای رسیدن به غلظت‌های مجاز آلاینده در پساب خروجی جهت تخلیه به محیط زیست شده و به لحاظ علمی و اقتصادی امر بهینه‌ای نمی‌باشد. با حداقل کردن میزان پساب تولیدی، نه تنها هزینه‌های تصفیه بلکه هزینه‌های مواد اولیه نیز کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر با کاهش حجم پساب این منابع، اتخاذ روش های پیشگرانه و کاهش حجم آب تغذیه فرآیندها می توان درحین حفظ کیفیت و کمیت محصولات تولیدی، حجم پساب و در نتیجه تجهیزات و سرمایه گذاری تصفیه پساب را تا حد چشمگیری کاهش داد.

کاهش حجم پساب نه تنها موجب کاهش هزینه‌های تصفیه می‌شود، سبب صرفه‌جویی در میزان آب مصرفی نیز می‌گردد. این امر با توجه به محدود بودن منابع آب به‌خصوص برای مناطق کم‌آب که کشور ایران نیز جزء آن محسوب می‌شود، بسیار حائز اهمیت می‌باشد.

روش‌های کاهش مصرف آب و تولید پساب

به طور کلی در طراحی مهندسی فرآیندها جهت کاهش مصرف آب و تولید پساب چهار روش کلی در نظر گرفته می‌شود:[۱]

- تغییر فرآیند : در این روش سعی می‌شود درطراحی فرآیندهایی مورد استفاده قرار گیرد که تلفات ذاتی آب را کاهش دهد. نظیر استفاده از برج‌های خنک کننده هوایی به جای برج‌های خنک‌کننده آبی.

[1] Utility
[2] Process Uses
[3] Condensate losses
[4] Cooling Tower & Boiler Blowdown

[Downloaded from necjournals.ir on 2026-02-22]

- استفاده مجدد : در این حالت می‌توان از پساب خروجی یک فرآیند مستقیماً در فرآیندهای دیگر استفاده کرد، مشروط بر اینکه آلودگی پساب اولیه، تأثیر زیانباری در فرآیندهای بعدی نداشته باشد. در این روش، احتمال دارد پساب یک قسمت با پساب فرآیندهای دیگر و یا با آب تازه مخلوط گردد. بدین ترتیب مصرف آب و تولید پساب، کاهش یافته و بار آلودگی پساب افزایش می‌یابد.

احیاء – استفاده مجدد : در این روش بار آلودگی پسابی که مستقیماً قابل کاربرد در واحدهای دیگر فرآیند نیست با یک تصفیهٔ جزئی، حذف یا کاهش داده می‌شود و سپس از آن در فرآیندهای دیگر استفاده مجدد می‌گردد. برای این منظور از فرآیندهای مختلف فیزیکی , شیمیایی و بیولوژیکی نظیر فیلتراسیون، دفع توسط بخار، جذب توسط کربن، کاهش PH، استفاده از غشاءها و ... برای تصفیه پساب و کاهش غلظت آلاینده‌ها در آن استفاده می‌شود. استفاده از این روش نسبت به حالت استفاده مجدد منجر به صرفه‌جویی بیشتر در مصرف آب تازه و درنتیجه کاهش بیشتر پساب تولیدی می‌گردد.

احیاء – بازچرخانی : در این روش، پساب، تصفیهٔ کامل شده و به آب تازه تبدیل می‌گردد و می‌تواند به کلیهٔ فرآیندهای استفاده کننده از آب باز گردد. با استفاده از این روش می‌توان مصرف آب تازه و تولید پساب را نسبت به حالت قبل بیشتر کاهش داد.

امروزه سعی می‌شود با استفاده از انتگراسیون فرآیندها در صنایع مصرف آب و تولید پساب را به حداقل برسانند. از جمله روش‌های انتگراسیون فرآیند می‌توان به تکنولوژی پینچ اشاره کرد که مقارن با بحران انرژی در دهه هشتاد جهت صرفه جویی در مصرف انرژی بر مبنای اصول ترمودینامیک پایه گذاری شد و توانست در این امر مفید و موثر واقع شود. پس از آن، تکنولوژی پینچ در زمینه‌های گوناگون از جمله کاهش نشر گازهای حاصل از احتراق و نیز کاهش مصرف هیدروژن به کار گرفته شد و در سال‌های اخیر استفاده از آن درجهت کاهش مصرف آب و تولید پساب نیز مورد توجه قرار گرفته است.

شبکه‌های انتقال جرم

در اوایل دهه نود هلواجی و همکارانش در دانشگاه کالیفرنیا گام‌های ابتدایی را در راه تبدیل شبکه مبدل‌های حرارتی[1] به شبکه مبدل‌های جرمی[2] برداشتند و بر اساس مقایسه بین انتقال حرارت و انتقال جرم موفق به ارائه پینچ جرمی شدند. در روش ارائه شده توسط این افراد هر فرآیند مصرف کننده آب با دو جریان مخالف جهت به صورت یک جریان فرآیندی غلیظ (با غلظت بالا) و یک جریان آب رقیق (با غلظت آلاینده کم) در نظر گرفته شد. برای این که انتقال آلاینده صورت گیرد، غلظت آلاینده در آب در ورودی و خروجی باید کمتر از غلظت حدی[3]، در جریان فرایندی باشد. لازم به ذکر است که غلظت‌های حدی آب یعنی حداکثر غلظت‌های ورودی و خروجی جریان آب که بوسیلهٔ ملاحظاتی نظیر حداقل نیروی

[1] Heat Exchange Network
[2] Mass Exchange Network
[3] Limit Concentration

[Downloaded from necjournals.ir on 2026-02-22]

محرکه[1] برای انتقال جرم، حداکثر حلالیت[2] آلاینده در آب، جرم گرفتگی[3] تجهیزات، محدودیتهای خوردگی، غلظت مورد نیاز برای جلوگیری از رسوب دادن مواد محلول، حداقل دبی مورد نیاز جهت جلوگیری از ته نشینی مواد جامد و ... تعیین می‌شود. آلودگی انتقال یافته ممکن است ذرات معلق (SS)، اکسیژن مورد نیاز شیمیایی (COD) و یا هر آلاینده مشابهی باشد که بایستی در فرآیند از جریان دفع شده و به آب منتقل شود. بدیهی است که در اثر انتقال جرم آلاینده، غلظت آلاینده در جریان آب خروجی بیشتر از غلظت آن در ابتدای ورود به فرآیند و نیز کمتر از غلظت جریان فرآیندی در انتها می‌باشد.

پنج سال بعد اسمیت و وانگ در دانشگاه منچستر به صورت ویژه‌ای مسأله کاهش آب در صنایع را با استفاده از تکنولوژی پینچ عنوان کرده و انتقال آلاینده از جریان‌های فرآیندی به جریان آب را با روشی گرافیکی مطرح نمودند که پس از آن به تدریج گسترش یافت و حتی در مورد سیستم های تصفیه پساب نیز تعمیم پیدا کرد. اساس حل مسائل در همه این حالات ترسیم منحنی مرکب حدی با استفاده از پروفیل‌های حدی آب هر فرآیند و خط آب تغذیه مماس بر منحنی مرکب حدی می‌باشد. استفاده از تکنولوژی پینچ آبی برای سیستم‌های پیچیده بویژه برای مسائل شامل چند آلاینده مشکل و به دلیل طولانی بودن مراحل اجرای آن, دارای محدودیت‌هایی می‌باشد که مهمترین دلیل این امر نیاز به رسم نمودارها و شبکه‌های لازم است که امری زمان‌بر به همراه خطای زیاد می‌باشد. استفاده از روش‌های ریاضیاتی برای به دست آوردن دبی هدف و شبکه مورد نظر علاوه بر رفع این محدودیت‌ها سبب تسریع در محاسبات شده و می‌توان با بهره گیری از مدل های گوناگون بهینه‌سازی و توان محاسباتی کامپیوترها جهت حل معادلات و قیود مسأله مقدار هدف و داده‌های لازم جهت طراحی شبکه را در شرایط مختلف فرآیندی برای جریانات تک آلاینده و چند آلاینده در حالت وجود و یا عدم وجود فرآیند احیاء به دست آورد.

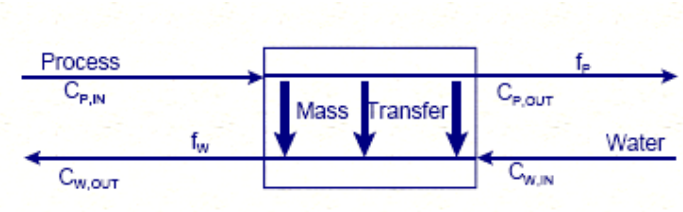
در روش بهینه‌سازی ریاضیاتی نیز همانند تکنولوژی پینچ تعیین فرآیندهای استفاده کننده از آب، آلاینده‌های موجود در آب و مهمتر از همه مقادیر حدی جریانها (حداکثر غلظت مجاز آلاینده در ورودی و خروجی) از جمله اقداماتی است که باید انجام شود. سپس با بدست آوردن قیود و محدودیت‌های مورد نیاز برای بهینه‌سازی از، مدلی برای سیستم فرموله شده و با استفاده از نرم افزارهای بهینه‌سازی، مقدار بهینه و پارامترهای لازم جهت طراحی شبکه بدست آمده و در نهایت طراحی شبکه مورد نظر با استفاده از این پارامترها انجام می‌شود.

[1] Driving Force
[2] Maximum Solubility
[3] Fouling

[Downloaded from necjournals.ir on 2026-02-22]

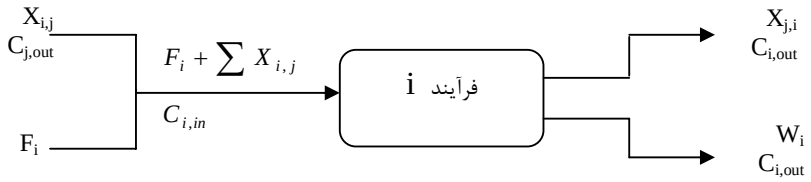
هدفگذاری استفاده مجدد از آب در حالت جریان تک آلاینده

همانند شکل (۱) فرض می‌شود که هر واحد مصرف کننده آب با یک بار آلودگی Δm_i بطور کامل باید دفع گردد و حدود مجاز غلظت ورودی و خروجی مشخص گردد. این بار آلودگی از جریان فرآیند به جریان آب منتقل می‌شود.



شکل ۱- انتقال جرم آلاینده از جریان فرآیندی به جریان آب

شکل (۲) حالت کلی مصرف آب در یک فرآیند مصرف کننده (i) را نشان می‌دهد. در این فرآیند مقدار ثابتی بار جرمی آلاینده (Δm_i) به آب منتقل می‌شود. این فرآیند با ماکزیمم غلظت مجاز آلاینده در جریان ورودی ($C_{in}^{\max}$) و نیز ماکزیمم غلظت مجاز آلاینده در جریان خروجی ($C_{out}^{\max}$) و جرم منتقل شده آلاینده (Δm_i) شناخته می‌شود. دبی جریان آب تازه که به فرآیند وارد می‌شود F_i نامگذاری شده که i شماره فرآیند مصرف کننده آب را نشان می‌دهد (i = 1,2,3,…,n). اندیس j نیز برای نشان دادن استفاده مجدد از آب در سایر فرآیندهای استفاده شده است. X_{ij} بیانگر استفاده مجدد آب فرآیند j در ورودی فرآیند i و همچنین ($C_{j,out}$) نمایشگر میزان غلظت خروجی از فرآیند j می‌باشد.



شکل۲- نمایش حالت کلی فرآیند استفاده کننده از آب

[Downloaded from necjournals.ir on 2026-02-22]

همانگونه که در شکل مشخص است در حالت کلی واحد مصرف کننده آب می‌تواند از آب تازه (Fi) یا آب خروجی از سایر فرآیندهای (X_{ij}) با غلظت مشخص ($C_{j,out}$) تغذیه شده و خروجی فرآیند نیز پسابی است که بدلیل تبادل جرم غلظت آلاینده در آن افزایش یافته ($C_{i,out}$) و ممکن است جهت استفادهٔ مجدد سایر واحدها به آنها وارد شده ($X_{j,i}$) و یا در صورت عدم استفاده مجدد به واحدهای تصفیه پساب یا تخلیه به محیط زیست هدایت شود(W_i) .

ساختار کلی

به هنگام استفاده از روشهای برنامه‌ریزی ریاضی برای طراحی فرآیندها، لازم است تا ساختاری از تمام حالت‌های ممکن مصرف آب در فرآیندها بررسی شود. اگر مسأله فقط شامل یک فرآیند استفاده کننده از آب باشد با استفاده از آب تازه و رساندن غلظت آن در خروجی به مقدار ماکزیمم حدی مصرف آب در فرآیند کمینه می‌شود اما در صورت وجود چندین فرآیند مصرف کننده آب، برای تنظیم مدل بهینه سازی باید ارتباط هر فرآیند با سایر فرآیندها در نظر گرفته شود. متغیرهای مستقل برای کمینه‌سازی مصرف آب در این مدل به سه دسته تقسیم می‌شود:

۱- دبی آب تازه (F_i)
۲- دبی پساب (W_i)
۳- دبی آب استفاده مجدد (X_{ij})

تعداد جریانهای ممکن آب تازه ورودی به فرآیندها و نیز پساب خروجی از آنها برابر با تعداد فرآیندها (n) بوده و بنابراین تعداد متغیرهایی که این جریانها را مشخص می‌کند برابر با $2n$ می‌باشد:

$F= [F_1 , F_2 , \dots , F_n]$
$W= [W_1 , W_2 , \dots , W_n]$

همچنین n^2-n متغیر دبی جریانی را که احتمال استفاده شدن در سایر فرآیندها را داراست نشان می‌دهد. استفادهٔ مجدد از آب فرآیندها توسط ماتریس زیر بیان می‌شود:

$$X = \begin{bmatrix} 0 & X_{1,2} & X_{1,3} & \cdots & X_{1,n} \\ X_{2,1} & 0 & X_{2,3} & \cdots & X_{2,n} \\ X_{3,1} & X_{3,2} & 0 & \cdots & X_{3,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ X_{n,1} & X_{n,2} & X_{n,3} & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموعاً $n^2 + n = n + n^2 - n$ متغیر در مدل می‌باشد. از طرفی n قید مساوی در اثر موازنه جرمی و نیز n قید مساوی در اثر موازنه دبی جریان

[Downloaded from necjournals.ir on 2026-02-22]

حول فرآیندها وجود دارد که با توجه به آنها و سایر قیود مربوط به حداکثر غلظت مجاز ورودی به فرآیندها و خروجی از آنها می‌توان مسأله بهینه‌سازی را فرموله کرد.

از آنجا که هدف در مسأله کمینه کردن مصرف آب از طریق حداکثر کردن استفاده مجدد می‌باشد می‌توان تابع هدف را به صورت زیر تعریف نمود:

$$F_{\min} = \sum_i F_i \qquad (۱)$$

شرایط لازم برای بهینگی

ساولسکی و بگزویچ در سال ۲۰۰۰ و بعد از آن شرایط لازم برای بهینه سازی مصرف آب در صنایع فرآیندی با وجود یک آلودگی را با توجه به مسأله « برنامه‌ریزی تخصیص آب[1]» (WAP) را در قالب چهار قضیه مطرح کردند. فرضیاتی که آنها برای تعریف کردن شرایط لازم بهینه‌سازی استفاده کردند، در واقع همان فرضیاتی بودند که توسط ونگ و اسمیت ارائه شده بود [۲]. مطابق با این قضایا اگر جوابی از یک مسأله WAP بهینه باشد، آنگاه غلظت خروجی آلاینده در هر واحد مصرف کننده آب تازه یا پساب واحدهای دیگر و یا آب بازیافت شده از فرآیند احیا برابر با غلظت خروجی حدی یعنی حداکثر مقدار مجاز آلاینده در خروجی می‌باشد. اثبات قضایای فوق در مرجع [۳] آمده است. با استفاده از این قضایا قیود و معادلات لازم برای بهینه‌سازی و رسیدن به تابع هدف فوق بدست می‌آید. میانگین غلظت ورودی به هر فرآیند ($C_{i,in}$) به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$C_{i,in} = \frac{\sum_{j \neq i} X_{i,j} C_{j,out}}{\sum_{i \neq j} X_{i,j} + f_i} \qquad (۲)$$

با توجه به قضایای فوق این میانگین غلظت ورودی بایستی کمتر یا مساوی ماکزیمم غلظت مجاز ورودی به فرآیند ($C_{i,in}^{\max}$) باشد. یعنی :

$$C_{i,in} = \frac{\sum_{j \neq i} X_{i,j} C_{j,out}}{\sum_{i \neq j} X_{i,j} + f_i} \leq C_{i,in}^{\max} \qquad (۳)$$

همچنین غلظت خروجی فرآیند i برابر با مجموع میانگین غلظت ورودی ($C_{i,in}$) به اضافه تغییرات غلظت اضافه شده در اثر انتقال جرم Δm_i به جریان ورودی می‌باشد. برای رسیدن به حداکثر استفادهٔ مجدد می‌بایست که غلظت خروجی از فرآیند برابر با ماکزیمم غلظت مجاز ($C_{i,out}^{\max}$) یا غلظت حدی خروجی باشد. یعنی:

[1] Water Allocation planning

[Downloaded from necjournals.ir on 2026-02-22]

$$C_{i,out} = C_{i,in} + \frac{\Delta m_{i,tot}}{\sum_{i \neq j} X_{i,j} + f_i} = C_{i,out}^{\max} \qquad (٤)$$

با جایگذاری کردن $C_{i,in}$ از معادله ۳ در معادلهٔ ٤ عبارت زیر بدست می‌آید:

$$C_{i,out} = \frac{\sum_{j \neq i} X_{i,j} C_{j,out} + \Delta m_{i,tot}}{\sum_{i \neq j} X_{i,j} + f_i} = C_{i,out}^{\max} \qquad (٥)$$

با مرتب کردن معادلات (۳) و (٥) معادلات زیر نتیجه می‌شود:

$$\sum_{j \neq i} \left(C_{i,in}^{\max} - C_{j,out} \right) (ppm)\ X_{i,j} (ton/hr) + C_{i,in}^{\max} (ppm)\, f_i (ton/hr) \geq 0 \qquad (٦)$$

$$\sum_{j \neq i} \left(C_{i,out}^{\max} - C_{j,out} \right) (ppm)\ X_{i,j} (ton/hr) + C_{i,out}^{\max} (ppm)\ f_i (ton/hr) = \Delta m_{i,tot} (ton/hr) \times 10^3 \qquad (٧)$$

علاوه بر معادلات فوق با انجام یک موازنه جریان حول فرآیند i معادله زیر حاصل می‌شود:

$$f_i (ton/hr) + \sum_{i \neq j} X_{i,j} (ton/hr) - W_i (ton/hr) - \sum_{j \neq i} X_{i,j} (ton/hr) = 0 \qquad (٨)$$

از طرف دیگر همهٔ متغیرهای موجود اعداد مثبت می‌باشند یعنی $C_{i,out} \geq 0$, $X_{i,j} \geq 0$ و $W_i \geq 0$.

معادلات (٦) ، (۷) و (۸) قیود خطی را تشکیل می‌دهند که به همراه سایر محدودیت‌ها بوسیله نرم‌افزارهای برنامه‌نویسی خطی قابل حل بوده و با استفاده از آنها می‌توان مجموع دبی آب تازه وارد شده به فرآیندها را به حداقل رساند و پارامترهای لازم برای طراحی شبکه را بدست آورد.

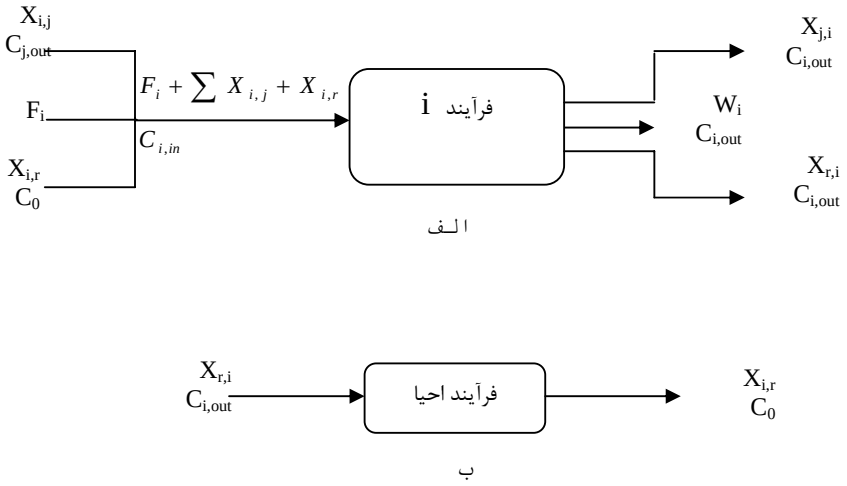
هدفگذاری حداقل مصرف آب و تولید پساب در حالت وجود فرآیند احیا

از مزایای مدل ریاضیاتی فوق این است که با اندکی تغییر می‌توان آنرا برای حالت احیاء استفاده مجدد و نیز احیاء- بازچرخانی به کاربرد. در این حالت‌ها فرآیند احیا برای رساندن غلظت آلاینده در جریان به C_o به کار می‌رود. در حقیقت زمانی که از فرآیند احیاء استفاده می‌کنیم متغیرهای افزوده شده به حالت استفاده مجدد $n \times 2$ می‌باشد که n تعداد فرآیندهای مصرف‌کننده آب را نشان می‌دهد. زیرا امکان وارد شدن جریان به واحد احیا از n فرآیند وجود داشته و نیز امکان فرستادن جریان تصفیه شده با غلظت C_o به n فرآیند در نظر گرفته می‌شود. این متغیرها را می‌توان توسط ماتریس زیر نشان داد :

[Downloaded from necjournals.ir on 2026-02-22]

$$R = \begin{bmatrix} R_{1,r} & R_{r,1} \\ R_{2,r} & R_{r,2} \\ \vdots & \vdots \\ R_{n,r} & R_{r,n} \end{bmatrix}$$

شکل (۳) در حقیقت همان شکل (۲) می‌باشد که حالت احیاء نیز برای آن در نظر گرفته شده است.



شکل ۳- الف) نمایش حالت کلی فرآیند استفاده کننده از آب با وجود فرآیند احیاء ب) فرآیند احیا

در این شکل $X_{r,i}$ نشانگر دبی جریان خروجی از فرآیند i که به سمت واحد احیا می‌رود و $X_{i,r}$ دبی جریان خروجی از فرآیند احیا با غلظت C_o به سمت فرآیند i جهت استفاده مجدد می‌باشد. با انجام موازنه جریان حول فرآیند احیا در شکل (۳ـ ب) معادله زیر بدست می‌آید:

$$\sum_j X_{j,r} = \sum_j X_{r,j} \qquad (۹)$$

[Downloaded from necjournals.ir on 2026-02-22]

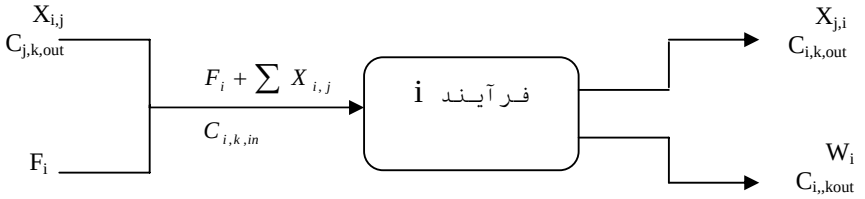
با توجه به غلظت ورودی و خروجی آلاینده در جریان ورودی و خروجی فرآیند i و نیز موازنه جرمی قبل و بعد از فرآیند معادلات (٦) و (٧) به صورت زیر اصلاح می‌شوند که به همراه معادله (٨) و سایر محدودیت‌ها قیود خطی برای حداقل کردن مصرف آب را تشکیل می‌دهند:

$$\sum_{j\neq i}\left(C_{i,in}^{\max}-C_{j,out}\right)(ppm)\ X_{i,j}(ton/hr)+C_{i,in}^{\max}(ppm)\ f_i(ton/hr)$$
$$+(C_{i,in}^{\max}-C_0)(ppm)X_{i,r}(ton/hr)\geq 0 \qquad (١٠)$$

$$\sum_{j\neq i}\left(C_{i,out}^{\max}-C_{j,out}\right)(ppm)\ X_{i,j}(ton/hr)+C_{i,out}^{\max}(ppm)\ f_i(ton/hr) \qquad (١١)$$
$$+(C_{i,out}^{\max}-C_0)(ppm)X_{i,r}(ton/hr)=\Delta m_{i,tot}(kg/hr)\times 10^3$$

استفاده مجدد از پسابهای صنعتی حاوی چند آلاینده

در سیستم‌های چند آلاینده که شامل n فرآیند و m آلوده‌کننده می‌باشند، تعداد قیود مساوی برابر با $m\times n+n$ می‌باشد. تعداد n قید مربوط به بالانس آب حول فرآیندها می‌باشد و $m\times n$ قید نیز از موازنهٔ غلظت حول فرآیندها بدست می‌آید. متغیرهایی که در مدل استفاده می‌شوند نیز به ٤ دسته تقسیم می‌شوند که سه گروه از آنها مشابه با متغیرهای استفاده شده در حالت تک آلاینده‌ای می‌باشند. این متغیرها جریان آب تازه، جریان فاضلاب و پساب قابل استفاده مجدد می‌باشند. تعداد این متغیرها مجموعاً n^2+n متغیر می‌باشد (مشابه تعداد متغیرها در حالت تک آلاینده). گروه چهارم از متغیرهای مدل چند آلاینده، غلظت آلاینده در خروجی هر فرآیند می‌باشد که تعداد آنها برابر با $m\times n$ است. بنابراین مجموعاً تعداد متغیرها در مدلسازی استفاده مجدد با وجود چند آلودگی برابر با $m\times n+n^2+n$ می‌باشد. در نتیجه تعداد متغیرهای مستقل مدل n^2 می‌باشد. در شکل (٤) ساختار کلی برای هر فرآیند جهت استفاده مجدد از پساب واحدهای دیگر با فرض وجود چند آلاینده نشان داده شده است.



شکل۴- نمایش حالت کلی فرآیند استفاده کننده از آب با وجود چند آلاینده

[Downloaded from necjournals.ir on 2026-02-22]

در این حالت غلظت همه آلاینده‌ها در خروجی هر فرآیند الزاماً برابر با مقدار ماکزیمم حدی آن نیست. در مرجع [٤] شرط رسیدن به حداکثر استفاده مجدد در حالت چند آلاینده رسیدن حداقل یکی از فرآیندها به حالت حدی در هر فرآیند عنوان شده است. به همین جهت قیدهایی که در مدل بدست آمده وجود دارند مدل را به فرم غیرخطی تبدیل می‌کند.

در حالت چند آلاینده میانگین غلظت ورودی آلاینده k به فرآیند i برابر است با:

$$C_{i,k,in} = \frac{\sum_{j \neq i} X_{i,j} C_{j,k,out}}{\sum_{i \neq j} X_{i,j} + f_i} \qquad (١٢)$$

که این مقدار بایستی کمتر از غلظت خروجی آلاینده مورد نظر در ورودی واحد باشد. یعنی:

$$C_{i,k,in} = \frac{\sum_{j \neq i} X_{i,j} C_{j,k,out}}{\sum_{i \neq j} X_{i,j} + f_i} \leq C_{i,k,in}^{\max} \qquad (١٣)$$

همچنین با انجام بالانس جرمی جریان حول هر فرآیند معادلهٔ زیر بدست می‌آید:

$$\sum C_{j,k,out}(ppm) X_{i,j}(ton/hr) + \Delta m_{i,k}(kg/hr) - \left(W_i(ton/hr) + \sum X_{j,i}(ton/hr)\right) = 0 \qquad (١٤)$$

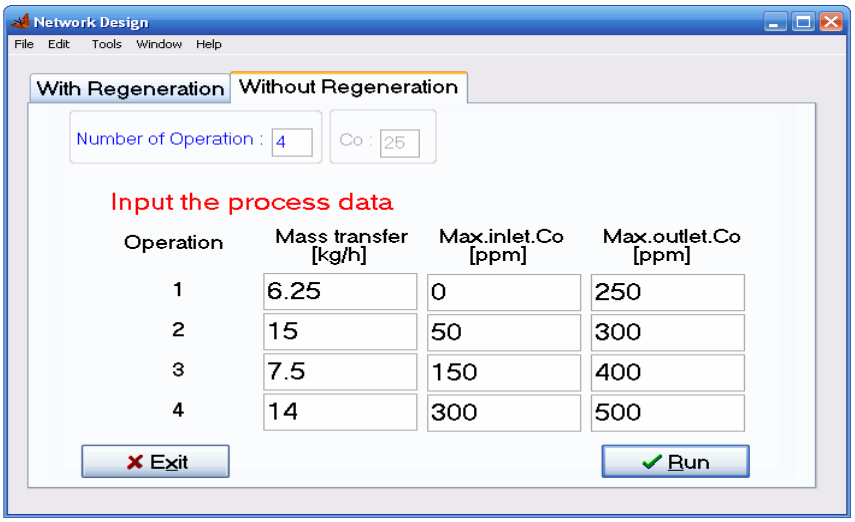
همانگونه که ملاحظه می‌شود معادلات (١٣) و (١٤) از نوع غیرخطی هستند. با استفاده از این معادلات به همراه معادلهٔ (٨) و دانستن اینکه همهٔ متغیرهای مورد استفاده در مدل اعدادی مثبت بوده و نیز غلظت آلاینده‌ها در خروجی فرآیندها کوچکتر و یا مساوی مقدار ماکزیمم حدی آنها می‌باشد می‌توان به تابع هدف یعنی حداقل دبی آب مصرفی دست یافت.

نتایج مدل بهینه‌سازی

با حل معادلات فوق توسط نرم‌افزارهای بهینه‌سازی ریاضیاتی نظیر WinQsb , GAMS , Lingo و ... و یا پکیج بهینه‌سازی نرم افزار MATLAB می‌توان به راحتی مقدار بهینه که در اینجا منظور کمترین مقدار $\sum F_i$ است را محاسبه نمود که از این میان نرم افزار Lingo 8 به دلیل توانایی بیشتر در حل مسائل برنامه ریزی خطی وغیر خطی نظیر در اختیار داشتن توابع مختلف ریاضی، داشتن زبان برنامه نویسی برای نوشتن مدل‌ها، ارتباط با صفحه گسترده‌ها برای ورود و خروج داده‌ها، آسان وارد کردن مدل در آن و نیز امکان تعریف تعداد زیادی متغیر و محدودیت در آن برای حل مدل فوق به کار گرفته شده است. همچنین جهت سهولت در وارد کردن داده‌های ورودی و نیز نمایش بهتر نتایج

[Downloaded from necjournals.ir on 2026-02-22]

خروجی یک برنامه گرافیکی نوشته شده که کاربر با وارد کردن اطلاعات مورد نیاز، نتایج خروجی را پس از اجرای مدل مشاهده می‌کند مثالی در نظر گرفته شد که در آن چهار فرایند مصرف کننده آب و تولید کننده پساب با اطلاعات انتقال جرمی مطابق آنچه در شکل (۵) به برنامه داده شده است وجود دارد. خروجی برنامه بهینه‌سازی ارائه شده در این مقاله با کمک برنامه گرافیکی مورد اشاره که انجام محاسبات را برای کاربر سهل می نماید در شکل (٦) در حالت وجود جریان تک آلاینده و استفاده مجدد نشان داده شده است. در این مثال موردی چهار فرایند مصرف کننده آب که در فرآیند اول آب تازه (غلظت آلاینده معادل صفر) مصرف می شود وجود دارد و با استفاده از مدل ارائه شده و تنها با استفاده مجدد از پساب در سایر فرایندها تا سرحد امکان (رساندن غلظت در پساب به غلظت حدی قابل قبول)، بر اساس شبکه بدست آمده از مدل پیشنهادی میزان مصرف آب و تولید پساب تا مقدار۸۹/۳۷۵ تن در ساعت کاهش می‌یابد.

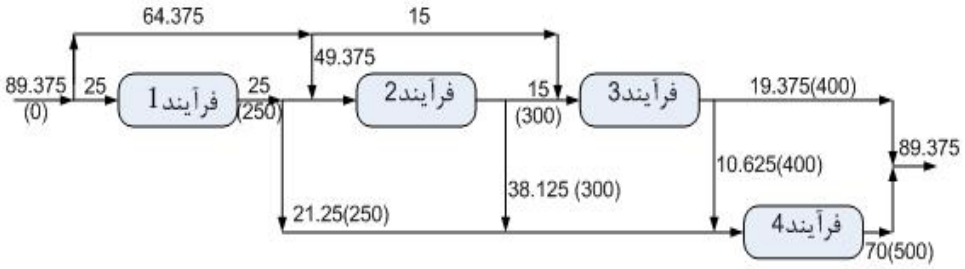


شکل ۵- صفحه نمایش داده‌های حدی ورودی به برنامه

[Downloaded from necjournals.ir on 2026-02-22]

شکل ۶- صفحه نمایش داده‌های خروجی برنامه پس از حل مدل

با استفاده از نتایج نشان داده شده در شکل (٦) شبکه به صورت زیر ترسیم می‌شود:



شکل ۷- طراحی شبکه با استفاده از نتایج خروجی برنامه

در جدول (۱) نتایج عملکرد برنامه بهینه سازی با تعداد بیشتری از نتایج ارایه شده در سایر تحقیقات در هر دو حالت تک‌آلاینده و چند آلاینده مقایسه گردیده است.

[Downloaded from necjournals.ir on 2026-02-22]

جدول۱- مقایسه خروجی‌های برنامه بهینه‌سازی با نتایج مراجع مختلف

شماره	نوع جریان	تعداد واحدها	روش کاهش مصرف آب	مقدار دبی هدف (ton/hr)	
				مراجع	Lingo (بر اساس مدل پیشنهادی در مطالعه حاضر)
۱	تک آلاینده	٤	بدون فرآیند احیا	۸۹/۳۷۵ [٥]	۸۹/۳۷۵
۲	تک آلاینده	٤	بدون فرآیند احیا	٦۳/۳۳[٦]	٦۳/۳۳
۳	تک آلاینده	٥	بدون فرآیند احیا	۳۰ [٦]	۳۰
۴	تک آلاینده	۳	با فرآیند احیا	٦۰ [٦]	٦۰
۵	تک آلاینده	٤	با فرآیند احیا	۷٥ [٥]	۷٥
۶	تک آلاینده	٤	با فرآیند احیا	٦۰ [٥]	٦۰
۷	چند آلاینده	۲	بدون فرآیند احیا	۱۰٤ [۷]	۱۰۰/٥۷
۸	**چند آلاینده**	**۳**	**بدون فرآیند احیا**	**۷۰ [٥]**	**۷۰**

نتیجه‌گیری

با استفاده مجدد از آبهای صنعتی در صنایع فرآیندی نظیر پالایشگاه‌ها، صنایع پتروشیمی و ... می‌توان ضمن صرفه‌جویی در مصرف آب، تولید پساب را در این صنایع به حداقل رساند که نتیجه این امر حفظ منابع آب و کوچک‌تر شدن حجم واحد تصفیه پساب نهایی و نیز کاهش هزینه‌های بهره‌برداری می‌باشد. با استفاده از روش‌های انتگراسیون فرآیند در زمینه کاهش مصرف آب و تولید پساب، می‌توان شبکه مناسب را به گونه‌ای که بیشترین استفاده مجدد از آب در فرآیندها صورت پذیرد، ترسیم کرد.

استفاده از روش تکنولوژی پینچ جرمی که یکی از روش‌های انتگراسیون فرآیند جهت کمینه کردن مصرف آب و تولید پساب می‌باشد, نیازمند ترسیم نمودارهای منحنی مرکب حدی فرآیندها و خط آب تغذیه است که این امر بویژه در مورد مسائل چند آلاینده امری زمان‌بر بوده و احتمال بروز خطای

[Downloaded from necjournals.ir on 2026-02-22]

محاسباتی در آن زیاد می‌باشد. بکارگیری روش‌های ریاضیاتی نسبت به تکنولوژی پینچ جرمی به دلیل استفاده از توان محاسباتی کامپوترها برتری داشته و باعث کاهش زمان محاسبه می‌شود.

برای بدست آوردن حداقل دبی طراحی و طراحی شبکه از روش برنامه‌ریزی خطی (LP) و برنامه‌ریزی غیر خطی (NLP) به ترتیب برای مسائل تک آلاینده و چند آلاینده در حالت وجود و عدم وجود فرآیند احیا استفاده شد. مقایسه خروجی‌های روش برنامه‌ریزی خطی و غیرخطی که با استفاده از نرم افزار Lingo به دست آمده است، با نتایج حاصل از اعمال تکنولوژی پینچ نشان می‌دهد که مقدار تابع هدف عموماً یکسان بوده اما در برخی موارد شبکه طراحی شده متفاوت می‌باشد. وجود طرح‌های مختلف شبکه به مهندس طراح این امکان را می‌دهد که با توجه به هزینه‌های سرمایه‌گذاری اولیه، نظیر لوله‌کشی بین واحدها، و نیز هزینه‌های بهره برداری، نظیر هزینه تعمیرات پمپ‌ها و یا مصرف برق الکتروموتورها و ...، از بین طرح‌های موجود بهترین طرح را انتخاب کند.

منابع

1- Wang, Y.P. and Smith. R., (1994). “Waste Water Minimization”, Chem. Eng Sci. 49(7): 981-1006.

2- Wang, Y. P. and Smith. R. ,(1995), “Wastewater Minimization With Flowrate Constraints”. Trans Ichem E, 73 (A8):889-904.

3- Bagajewicz ,M. (2000) “A Review of Recent Design Procedure for Water Networks in Refineries and Process Plants”. Comp. Chem. Eng, 24(9-10): 2093 – 2113.

4- Savelski, M., & Bagajewicz, M. (2003), “On the Necessary Conditions of Optimality of Water Utilization Systems in Process Plants with Multiple Contaminants”. Chemical Engineering Science, 58 : 5349 – 536.

5- Mann, J. G., & Liu, Y. A. (1999). “Industrial water reuse and wastewater minimization”. McGraw Hill , New York.

6- Prakotpol D, Srinophakun T.(2004), “GA pinch: genetic algorithm toolbox for water pinch technology”. Chemical Engineering and Processing, 43 : 203-217.

7- P. Castro, H. Matos, M.C. Fernandes, C.P. Nunes, (1999), “Improvements for mass-exchange networks design”, Chemical Engineering Science 54 :1649–1665.

۸- محمدحسن پنجه‌شاهی و شادی میهن‌دوست، «بهینه سازی مصرف آب و تولید پساب در فرآیندهای پتروشیمی»، نشریه انرژی ایران، سال ششم، شماره ۱۱، بهمن ۱۳۸۰

[Downloaded from necjournals.ir on 2026-02-22]