یک مدل ریاضی جهت تخمین تابع مصرف انرژی الکتریکی با استفاده از روش سری زمانی

سید فرید قادری[۱]، **شهروز بامداد**[۲]
۱- موسسهٔ پژوهش در مدیریت و برنامه ریزی انرژی
۲- دانشکده فنی دانشگاه تهران

چکیده

مطالعه روند تابع مصرف انرژی الکتریکی می‌تواند جهت تحلیل و همچنین پیش‌بینی مصرف برق در آینده مورد استفاده قرار گیرد. با برازاندن یک تابع به مصرف برق با توجه به معیارهای آماری، و آگاهی از الگوی مصرف گذشته می‌توان یک ارتباط منطقی و ریاضی برای مصارف و سایر پارامترهای مؤثر بر آن پیدا کرد که جهت دستیابی به مصرف آینده برق کمک می‌نماید.

هدف این مقاله، برآورد کردن تابع مصرف برق با توجه به روند گذشته مصرف برق می‌باشد. چهار تابع مورد بررسی قرار گرفته و برای هرچهار تابع شاخص‌های آماری محاسبه می‌گردند. با توجه به این شاخص‌ها بهترین تابع انتخاب می‌گردد و پیش‌بینی مصرف برق در ده سال آینده با توجه به بهترین تابع تخمین زده شده، معرفی می‌گردد.

واژه‌های کلیدی: تخمین، تابع تقاضا، شاخص‌های تخمین، انرژی الکتریکی

[Downloaded from necjournals.ir on 2026-11-12]

مقدمه

در مطالعات صورت گرفته در این زمینه، عموماً تابع تقاضای انرژی با توجه به عوامل مؤثر بر آن تخمین زده می‌شود. بعنوان مثال در منبع [۵] سه متغیر تولید ناخالص داخلی، قیمت نفت خام و شاخص سرمایه‌گذاری جهت تخمین تابع مصرف کل انرژی به کار برده شده‌اند. در منبع [٦] تقاضای سرانه برق در بخش خانگی بر حسب متغیرهای محصول ناخالص داخلی سرانه و متوسط قیمت داخلی برق و نیز تقاضای برق در بخش غیر خانگی بر حسب متغیرهای محصول ناخالص داخلی تخمین زده شده‌اند.

همچنین در منبع [۷] مصرف سرانه برق در ماه به صورت لگاریتمی تابعی از قیمت واقعی برق، درآمد واقعی ماهیانه سرپرست خانوار و نیز مصرف دوره قبل در نظر گرفته شده است.

مطالعاتی نیز در زمینه تعیین ارتباط بین مصرف انرژی و سایر متغیرها در جهان صورت گرفته است. از جمله می‌توان به مطالعه‌ای که توسط J. Graft در سال ۱۹۸۰ و نیز Yu & Long در سال ۱۹۸٤ صورت گرفته اشاره نمود، که در آنها به تعیین رابطه بین مصرف انرژی و GDP پرداخته شده است [۱۰و۹]. همچنین Absadra & Baghestani (۱۹۹۱) به بیان رابطه علی بین مصرف انرژی و GDP در آمریکا پرداخته است[۱۱]. Stern (۱۹۹۳) به تخمین مصرف انرژی و رشد اقتصادی در ایالت ایندیانا در آمریکا پرداخته است [۱۲].

اما رویکرد این مطالعه به این صورت می‌باشد که بدون درنظر گرفتن عوامل مؤثر بر مصرف برق، به مصرف سالهای گذشته فقط از دید یک سری زمانی نگریسته می‌شود و چند تابع بر روی آن برازانده می‌شود؛ سپس با معیارهای آماری بهترین تابع تخمین انتخاب شده و پیش‌بینی مصرف در ده سال آینده با توجه به بهترین تابع ارایه می‌گردد. حسن این روش در مقایسه با روشهای معمول اینست که از رفتار تصادفی داده ها جهت تخمین استفاده می‌کند. در واقع اثرات کلیه عوامل مؤثر بر میزان مصرف در پیش‌بینی دخالت داده می‌شوند و برخلاف روش‌های معمول تعدادی از عوامل پیدا و پنهان حذف نمی‌شوند.

با توجه به میزان مصرف برق در کشور از سال ۱۳۷۳ به تفکیک در طی۲٤ ساعت در شبانه روز، ۷ روز هفته و ۱۲ ماه سال جمع کل مصرف برق کشور از سال ۱۳۷۳ مورد مطالعه قرار می‌گیرد. جدول(۱) داده‌های مورد بررسی از سال ۱۳۷۳ تا سال ۱۳۸۲ بوده و پس از تخمین بهترین تابع، میزان مصرف پیش‌بینی شده با میزان مصرف واقعی سال ۱۳۸۳ مقایسه شده و میزان خطا اندازه گیری خواهد شد.
جدول ۱ میزان مصرف برق کشور را از سال ۷۳ تا ۸۲ نشان می‌دهد.

[Downloaded from necjournals.ir on 2026-11-12]

جدول ۱ـ میزان مصرف برق (مگاوات ساعت)[۱]

سال	میزان مصرف
۱۳۷۳	۷۲۰۲۲۹٤۷
۱۳۷٤	۷٤۹٤۲۱۰٥
۱۳۷٥	۸۱۰۸٤۹۰۰
۱۳۷٦	۸٦٥٤۷٥۷٦
۱۳۷۷	۹۱۳۱۸٤۸۸
۱۳۷۸	۱۰٦۷۷۲۰۰۹,٥
۱۳۷۹	۱۱۷۸۲٤۹۳۸
۱۳۸۰	۱۲٦٥٤۹۲۷۰
۱۳۸۱	۱۳۷۸٥۳۳۱۹
۱۳۸۲	۱٥۰۳۹٥۹۸۲,٦

۲ـ متدلوژی

اعم متدولوژی های موجود در تخمین تابع تقاضا به این صورت می‌باشد که میزان مصرف به‌صورت توابعی از چند عامل مؤثر بر میزان مصرف برق در نظر گرفته شده و برای یک سری زمانی مشخص به تخمین تابع تقاضا پرداخته می‌شود. [٦]، [۷]، [۸]، [۹]. اما همانگونه که ذکر شد در این مطالعه به داده‌ها از دید یک سری زمانی نگریسته می‌شود تا اثرات کلیه عوامل تاثیرگذار بوده و عاملی حذف نگردد.

جهت تخمین میزان مصرف برق چهار تابع در نظر گرفته می‌شوند.

الف- مدل خطی: جهت تحلیل از مدل خطی بصورت زیر استفاده می‌شود:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 t + e_t \qquad (۱)$$

در این مدل β_1 میزان تغییر از یک پریود به پریود دیگر را نشان می‌دهد. e_t بعنوان خطا در نظر گرفته شده و β_0 نیز مقدار ثابت است.

ب- مدل درجه دو: این مدل از رابطه زیر جهت تخمین استفاده می‌کند:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + e_t \qquad (۲)$$

ج- مدل نمایی: این مدل از تابع نمایی بصورت زیر استفاده می‌کند.

$$y_t = \beta_0 \beta_1^t + e_t \qquad (۳)$$

۱ـ منبع داده‌های خام این جدول بخش دیسپاچینگ شرکت توانیر می‌باشد، که پس از پردازش بصورت جدول فوق آورده شده است.

[Downloaded from necjournals.ir on 2026-11-12]

د- مدل تابع S: این مدل در مواردی که سری زمانی شکلی مانند نمودار S را داشته باشد بکار می‌رود. تابع آن بصورت زیر است:

$$y_t = \frac{10^a}{\beta_0 + \beta_1(\beta_2^t)} \qquad (٤)$$

پس از برازاندن هر یک از چهار تابع فوق به سری زمانی (میزان مصرف برق از سال ۷۳ تا ۸۲) باید میزان خطای برازش محاسبه گردد. بدین منظور سه معیار جهت سنجش میزان دقت تخمین در نظر گرفته می‌شوند که عبارتند از:

۱- درصد خطای مطلق میانگین (MAPE[1])

این معیار، دقت تخمین را بر حسب درصد بصورت زیر بیان می‌دارد:

$$MAPE = \frac{\sum |(y_t - \hat{y}_t)/y_t|}{n} \times \quad ۱۰۰ \qquad (y_t \neq 0) \qquad (٥)$$

که در آن

y_t: مقدار واقعی

$\hat{y}_t$: مقدار پیش‌بینی شده

n: تعداد مشاهدات

می‌باشند.

۲- انحراف مطلق میانگین (MAD[2])

این معیار، نیز دقت تخمین مقدار سری زمانی را اندازه‌گیری می‌کند. این معیار میزان دقت را با همان واحدهای داده‌ها بیان می‌کند، که این امر به فهم میزان خطا کمک می‌کند. رابطه آن بصورت زیر است:

$$MAD = \frac{\sum_{t=1}^{n} |y_t - \hat{y}_t|}{n} \qquad (٦)$$

که در آن

y_t: مقدار واقعی داده

$\hat{y}_t$: مقدار تخمین زده شده

n: تعداد مشاهدات

می باشند.

1- MAPE: Mean Absolute Percentage Error
2- MAD: Mean Absolute Deviation

[Downloaded from necjournals.ir on 2026-11-12]

۳- انحراف مربع میانگین (MSD[1])

این معیار با توجه به رابطه زیر، دقت تخمین را اندازه‌گیری می‌کند:

$$MAD = \frac{\sum_{t=1}^{n} (y_t - \hat{y}_t)^2}{n} \qquad (۷)$$

که در آن

y_t: مقدار واقعی

$\hat{y}_t$: مقدار تخمین زده شده

n: تعداد مشاهدات

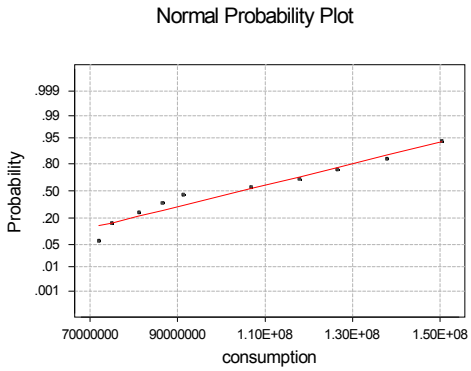
می‌باشند.

برای هر سه معیار مقدار کمتر نشانگر تخمین بهتر مدل می‌باشد از این سه معیار جهت بررسی میزان دقت تخمین استفاده می‌گردد.

۳- برآورد تابع

در این مرحله ابتدا به تست نرمال بودن داده‌های مورد بررسی پرداخته می‌شود. سپس چهار تابع ذکر شده بر داده‌ها برازانده شده و از بین این چهار تابع با توجه به معیارهای MAPE، MAD و MSD به بررسی میزان دقت توابع تخمین زده شده پرداخته شده و از بین آنها بهترین تابع جهت پیش‌بینی مصرف انتخاب می‌گردد.

قدم اول- ابتدا باید به بررسی نرمال بودن داده‌های مورد بررسی بپردازیم بدین منظور، تست نرمال بودن را برای داده‌های جدول ۱ اجرا می‌کنیم نتایج در شکل ۱ مشخص شده است.

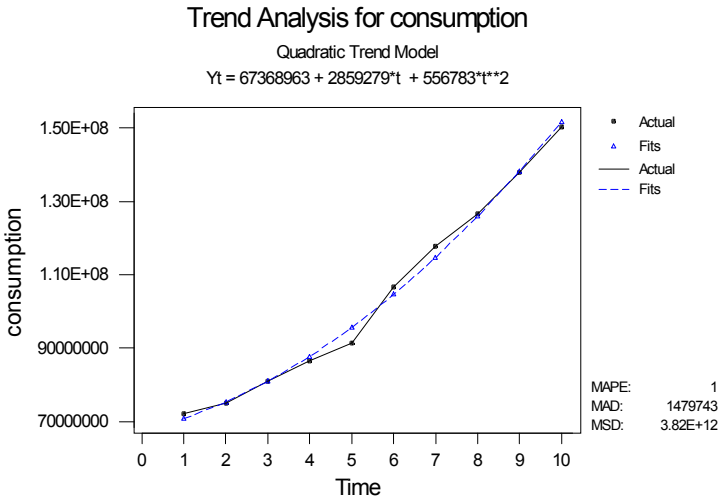


شکل ۱ـ تست نرمال بودن داده

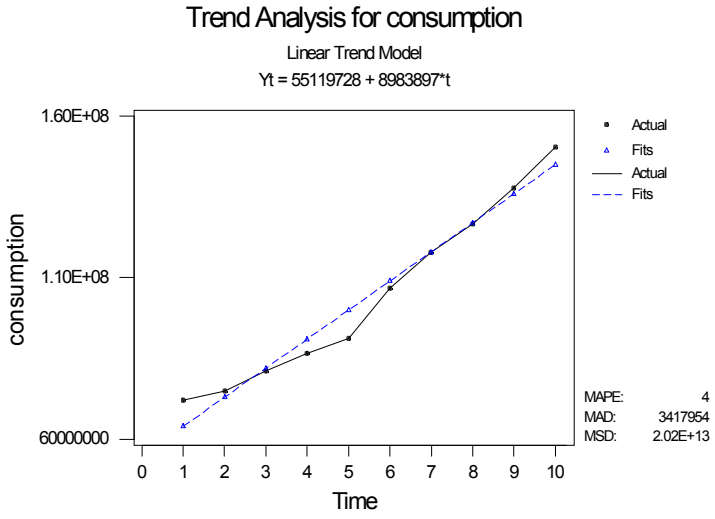
1- MSD: Mean Squared Deviation

[Downloaded from necjournals.ir on 2026-11-12]

با توجه به شکل ۱ داده‌ها تقریباً نرمال هستند و خللی در ادامه روند کار ایجاد نمی‌کنند.
قدم دوم- در این مرحله چهار تابع شرح داده شده به داده‌ها برازانده می‌شوند. شکل‌های ۲، ۳، ٤ و ٥ به ترتیب نمایش برازش مدل خطی، مدل درجه دو، مدل نمایی و مدل تابع S می‌باشند.

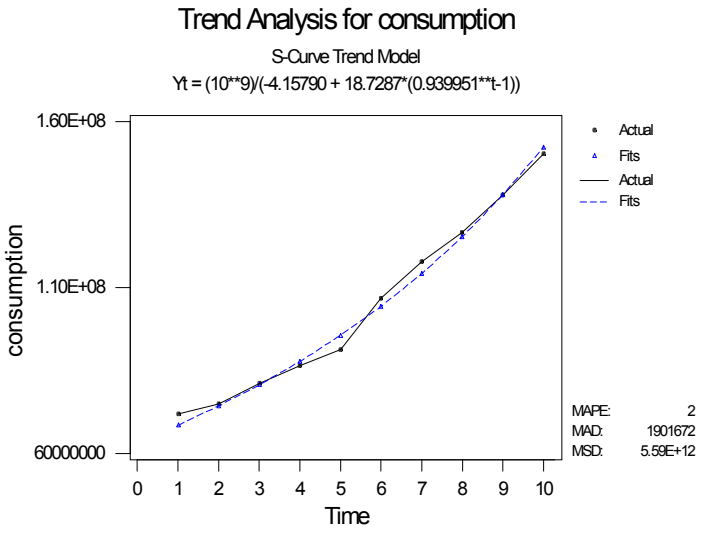


شکل ۲ـ برازش مدل خطی

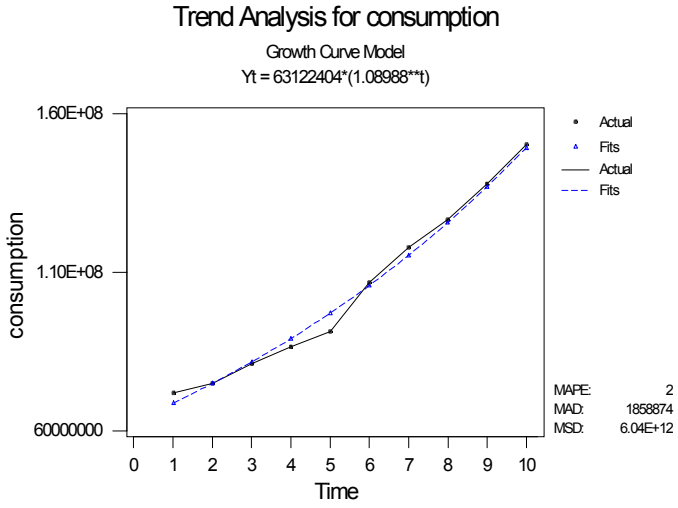


شکل ۳ـ برازش مدل درجه دو

[Downloaded from necjournals.ir on 2026-11-12]



شکل ۴ـ برازش مدل نهایی



شکل ۵ـ برازش مدل تابع S

قدم سوم- در این قسمت به بررسی دقت تخمین پرداخته می‌شود. جدول ۲ مقدار هر یک از شاخصهای MAPE و MAD و MSD را برای چهار تابع تخمین نشان می‌دهد.

[Downloaded from necjournals.ir on 2026-11-12]

جدول ۲- مقادیر شاخصهای دقت تابع تخمین

مدل	MAPE	MAD	MSE
تابع خطی	4	3417954	2.02 E+13
درجه دو	1	1479743	3.82 E+12
نمایی	2	1858874	6.04E+12
تابع S شکل	2	1901672	5.59 E+12

با توجه به معیارهای جدول ۲ همانگونه که مشاهده می‌گردد، تابع درجه دو دارای کوچکترین شاخص MAPE، کوچکترین شاخص MAD و نیز کوچکترین شاخص MSE می‌باشد. بنابراین تابع درجه ۲ بهترین تخمین در بین ٤ تابع تخمین زده شده می‌باشد. پس تابع تخمین عبارتست از:

$$y_t = 67368963 + 2859279t + 556783t^2 \qquad (۸)$$

۴- پیش‌بینی

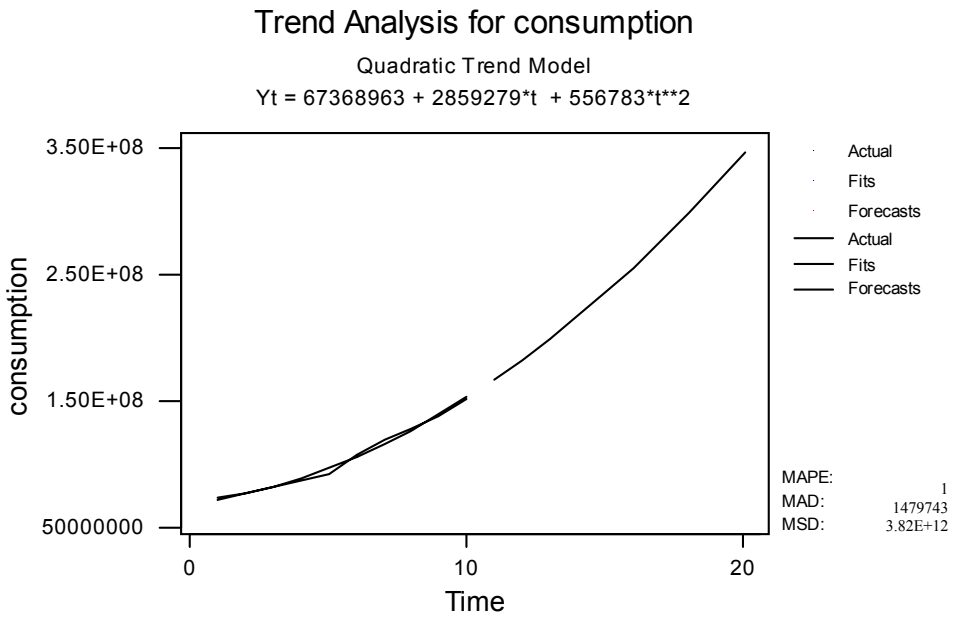
پس از مشخص شدن بهترین تابع تخمین، به پیش‌بینی مصرف برق در ده سال آینده پرداخته می‌شود. شکل ٦، میزان پیش‌بینی مصرف برق در ده سال آینده را براساس تابع درجه دو نشان می‌دهد. جدول ۲ مقادیر عددی را مشخص می‌کند.

برای تخمین تابع از داده‌های ده سال گذشته استفاده شده و نیز برای پیش‌بینی افق ده سال آینده مدنظر قرار گرفته است. لازم به ذکر است که از نرم افزار MINITAB استفاده شده است.

همانگونه که از شکل ٦ پیداست، تابع مصرف به صورت درجه دو بوده و در ده سال آینده به صورت صعودی افزایش می‌یابد. جهت برنامه‌ریزی‌های آتی، لازمست تا با سرمایه‌گذاری‌های لازم میزان مصرف برق را کاهش داده تا روند صعودی میزان مصرف کندتر شود. در واقع شیب تابع هر چه کمتر گردد، میزان مصرف با سرعت کمتری افزایش می‌یابد و این مساله می‌تواند با اصلاح الگوی مصرف و پیاده‌سازی فرهنگ صحیح مصرف حاصل گردد. تغییرات تکنولوژیکی نیز بر روی الگوی مصرف تاثیرگذار است.

بسیار مفید است که هر سال تابع مصرف رسم گردیده و درصد افزایش مصرف نسبت به سال قبل اندازه‌گیری شده و شیب توابع مورد مطالعه قرار گیرد. به این ترتیب می‌توان از میزان موفقیت در اجرای برنامه‌های اصلاح ساختار الگوی مصرف اطلاع حاصل کرد.

[Downloaded from necjournals.ir on 2026-11-12]



شکل ۶ ـ پیش‌بینی براساس تابع درجه دو

جدول ۳ ـ مقادیر پیش‌بینی

سال	میزان مصرف (مگاوات ساعت)
۱۳۸۳	۱٦٦۱۹۱۸۲٥
۱۳۸٤	۱۸۱۸٥۷۱۲۲
۱۳۸٥	۱۹۸٦۳٥۹۸۷
۱۳۸٦	۲۱٦٥۲۸٤۱۸
۱۳۸۷	۲۳٥٥۳٤٤۱٦
۱۳۸۸	۲٥٥٦٥۳۹۸۱
۱۳۸۹	۲۷٦۸۸۷۱۱۳
۱۳۹۰	۲۹۹۲۳۳۸۱۲
۱۳۹۱	۳۲۲٦۹٤۰۷۷
۱۳۹۲	۳٤۷۲٦۷۹۰۹

[Downloaded from necjournals.ir on 2026-11-12]

۵- نتیجه گیری

تخمین تابع مصرف انرژی برق و پیش‌بینی مقادیر مصرف برق از روی آن می‌تواند جهت مقاصد اقتصادی مورد استفاده قرار گیرد. در این مقاله ٤ تابع انتخاب شدند و از بین آنها با توجه به شاخص‌های آماری، بهترین تابع، مشخص گردید، سپس از روی آن تابع مقادیر پیش‌بینی مصرف برق برای ده سال آینده کشور مشخص گردیدند. برخلاف روش‌های مرسوم در تخمین تابع تقاضا، در این مطالعه عوامل مؤثر بر مصرف برق از روی تاثیر آنها بر میزان مصرف و مطالعه الگوی ایجاد شده در سال‌های گذشته مورد بررسی قرار گرفتند.

نتیجه حائز اهمیت، ایجاد یک دید کلی از تابع تقاضا در آینده جهت برنامه‌ریزی‌های کلان کشور و نیز مطالعه مستمر سالیانه و نیز مقایسه مصرف با سال‌های گذشته می‌باشد.

منابع

1- Zofia Wysokinsha, “Trend Analysis of Selected Segments of the Textile-Clothing Market in the Word and Europe: Knitwear, Industrial Textiles, Tapestry and Clothing”. AUTE X Research Journal, Vol. 3, No. 2, June 2003.
2- Minitab Release 13:20.
3- Luca, Technical Analysis Applications in the Global Markets, 1997.
4- Murphy, Technical Analysis of the Financial Market, 1999.

٥- عسگری، م. "پیش‌بینی تقاضای انرژی با روش خود همبستگی برداری در ایران"، سومین همایش ملی انرژی

٦- صفاری پور اصفهانی، م. "چشم انداز تقاضای برق و ظرفیت عملی نیروگاههای مورد نیاز کشور در برنامه سوم توسعه"، سومین همایش ملی انرژی

٧- محمدی دینانی، م. "تخمین تابع تقاضای برق خانگی در شهرستان کرمان"، سومین همایش ملی انرژی

٨- تبریزیان، ب. " برآورد تابع تقاضای برق در ایران و مقایسه آن با کشورهای OECD " پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تهران، ١٣٧٦

9- Craft, J., & Craft, A. (1980). On the Relationship between Energy and GNP. Journal of Energy and Development, 5, 326-331.
10- Yu, E., & Long, B. (1984). The Relationship between Energy and GDP. Journal of Energy and Development, 70, 249-270.
11- Abosadra, S., & Baghestani, H. (1991). New Evidence on the Casual Relationship between United States Energy Consumption and GNP. Journal of Energy and Development, 14, 284-292.
12- State Utility Forecasting Group. Industrial Econometrics Model. Indiana Electricity Projections. 1999.

[Downloaded from necjournals.ir on 2026-11-12]