

# مدل سازی و بهینه‌سازی سیستم گرمایش از کف در ساختمان

سپهر صنایع<sup>۱</sup>، جواد محمودی مهر<sup>۱</sup>، محسن آینه چی<sup>۱\*</sup>

تاریخ دریافت مقاله:

۸۸/۹/۲۰

تاریخ پذیرش مقاله:

۸۸/۱۲/۱۰

چکیده:

مقاله حاضر به مدلسازی و بهینه‌سازی سیستم گرمایش از کف با لوله‌های پکس (Pex) می‌پردازد. برای مدلسازی سیستم، ناحیه محاسباتی به دو بخش تقسیم می‌شود. ناحیه اول عبارت است از ناحیه فوقانی کف که در برگیرنده هوای اتاق و دیواره‌های آن می‌باشد. این ناحیه با استفاده از مدل چند ناحیه‌ای (multizone model) مدلسازی می‌شود. در این مدل، ناحیه اول به صورت یک حجم کنترل در نظر گرفته شده و معادلات غیر خطی انرژی در آن به وسیله روش نیوتن رافسون حل می‌گردد. ناحیه دوم، ناحیه زیرین کف است که شامل لوله‌های گرمایش، بتن و کف پوش می‌شود. این ناحیه به صورت عددی مدلسازی می‌شود. با تلفیق مدلسازی نواحی اول و دوم، مدلسازی کل سیستم تکمیل می‌گردد. برای بهینه‌سازی سیستم گرمایش از کف، یک تابع هدف پیشنهاد شده و قطر لوله، ضخامت بتن، نوع و ضخامت کف پوش و سرعت آب گرم درون لوله‌ها به عنوان متغیرهای تصمیم‌گیری (پارامترهای طراحی) در نظر گرفته می‌شود. در ادامه، حساسیت تابع هدف به تغییر متغیرهای تصمیم‌گیری مورد بررسی قرار می‌گیرد. و در نهایت، اثرات تغییر دمای اتمسفر و ضخامت عایق حرارتی ساختمان بر پارامترهای طراحی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

کلمات کلیدی:

بهینه‌سازی اقتصادی، سیستم گرمایش از کف، مدلسازی ترکیبی، مدلسازی چند ناحیه‌ای، مدلسازی عددی

(۱) آزمایشگاه بهینه‌سازی سیستم‌های انرژی، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران  
\* نویسنده مسئول

## مقدمه

گرمایش از کف، بهترین ابداع در تاریخ سیستمهای گرمایشی است. از این نوع گرمایش برای اولین بار در سال ۱۲۰۰ قبل از میلاد در آناتولیا استفاده شد. یونانیان و رومیان حمامهایشان را با هدایت هوای داغ از کوره از به کف گرم می کردند [۶]. خواص مطلوبی همچون عدم استفاده از فضای مفید ساختمان، کارایی مناسب، هزینه نگهداری و تعمیرات پایین، قابلیت تطبیق با انواع منابع حرارتی، عمر طولانی و ایجاد توزیع دمایی مناسب در ساختمان از خواص مطلوب سیستمهای گرمایش از کف می باشد [۱۴]. حرارت دهی به وسیله سیستمهای گرمایش از کف در سرتاسر اتاق یکنواخت است و موجب آسایش ساکنین می شود و از ایجاد نقاط سرد و داغ که در سیستمهای گرمایش به کمک رادیاتورها غیر قابل گزیر هستند جلوگیری می کند. در واقع داشتن سیستم گرمایش از کف مانند داشتن تابش خورشید در اتاق برای تمام زمانهاست [۹]. یو و هویلی [۱۷] در سال ۲۰۰۱ مقایسه ای بین گرمایش از کف و رادیاتور معمولی انجام دادند که نتیجه آن اقتصادی تر بودن گرمایش از کف می باشد. مراجع [۱۶ و ۱] نیز به شرح مزایای سیستمهای گرمایش از کف از جمله: آسایش، انعطاف پذیری، اقتصادی بودن و ایمنی آن پرداخته اند.

امروزه نحوه عمل سیستم گرمایش از کف مقداری تغییر کرده است به طوری که به جای گاز داغ از آب گرم و به جای کانالها از لوله های مخصوص استفاده می کنند. با پیشرفت تکنولوژی هزینه نصب سیستم گرمایش کفی کاهش یافته است. لوله های PEX برای اولین بار در سال ۱۹۷۱ تولید و به جهانیان عرضه شد. این لوله ها بعد از مدت کوتاهی توانستند جایگزین لوله های قبلی شوند [۷]. امروزه کاربرد این لوله ها در سیستمهای گرمایش از کف به طور قابل توجهی افزایش یافته است. به خصوص در کاربردهای خانگی. مرجع [۸] به خوبی به مروری کلی بر ابزار مورد استفاده برای پیش بینی عملکرد تهویه در ساختمانها می پردازد. ابزار نامبرده عبارتند از روشهای تحلیلی، مدل‌های تجربی، مدل‌های آزمایشی در ابعاد کوچک و ابعاد کامل، مدل‌های چند ناحیه ای، مدل‌های منطقه ای و cfd.

مرجع [۳] به مطالعه عملکرد سیستمهای گرمایش از کف پرداخته است. نتایج حاصله نشان داده است که انتقال حرارت تابشی سهم مهمی در انتقال حرارت از کف دارد، به طوری که دیواره های داخلی اتاق به طور عمده از طریق تابش از کف گرم شده و سپس گرما از این دیواره ها به فضای اتاق منتقل می گردد. در مقاله حاضر همه مودهای انتقال حرارت در نظر گرفته شده است.

بخش اول از مقاله حاضر به مدلسازی اختصاص داده شده است و یک نوع مدلسازی ترکیبی را ارائه می نماید. به همین منظور، اتاق به دو بخش تقسیم می شود. بخش اول فضای فوقانی کف شامل هوای اتاق و دیواره ها را در بر می گیرد. این ناحیه به کمک روش چند ناحیه ای آنالیز می گردد. در این روش، ناحیه اول به صورت یک حجم کنترل در نظر گرفته شده و دستگاه معادلات غیر خطی انرژی در آن با استفاده از روش نیوتن رافسون حل می گردد. فرضیات اساسی روش چند ناحیه ای عبارت است از هوای ساکن و دمای یکنواخت در سراسر اتاق. بر اساس نتایج عددی و تجربی مرجع

[۱۱]، فرضهای ذکر شده در سیستمهای گرمایش از کف قابل قبول می باشد. صرف نظر کردن از معادلات بقای ممنتوم بر اساس فرض هوای ساکن به طور قابل ملاحظه ای زمان محاسباتی را کاهش می دهد. ناحیه دوم، فضای زیرین کف شامل لوله های گرمایشی و، بتن و کف پوش را در بر می گیرد. این ناحیه به صورت عددی و به روش حجم محدود مدل شده است [۸]. برای اعتبار سنجی نتایج حل عددی، این نتایج با نتایج تحلیلی موجود در مرجع [۲] مقایسه شده است که این مقایسه، خطایی در حدود ۱٪ را نشان داده است. بخش دوم از این مقاله به مسئله بهینه سازی سیستم گرمایش از کف می پردازد. قطر لوله، ضخامت بتن، نوع و ضخامت کف پوش و سرعت آب گرم درون لوله ها، به عنوان متغیرهای تصمیم گیری در نظر گرفته شده است. در نهایت با ایجاد یک تابع هدف به کمک تلفیق هزینه های سرمایه گذاری و عملکردی، مقادیر بهینه پارامترهای طراحی به دست آمده و مورد بحث قرار می گیرد.

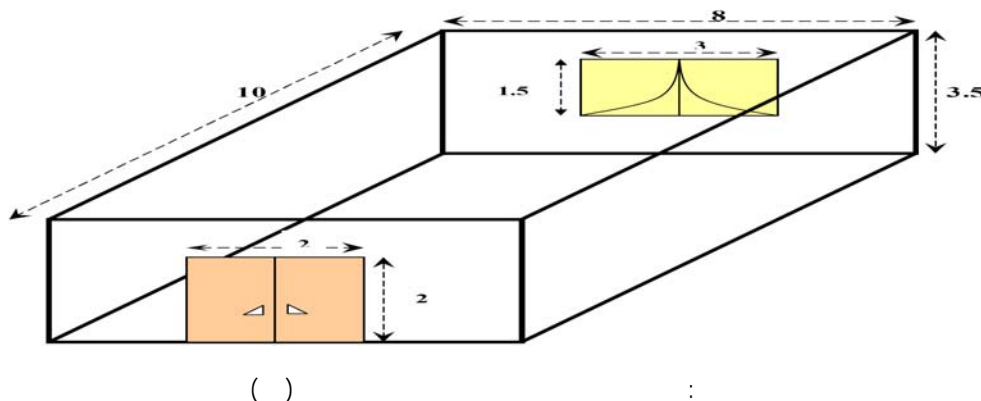
به طور خلاصه، اهداف این مقاله را می توان در بخش های زیر خلاصه نمود:

- ◀ پیشنهاد یک مدل ترکیبی جدید برای مدل سازی سیستم های گرمایش از کف
- ◀ معرفی تعدادی از پارامترهای طراحی در سیستم های گرمایش از کف و یافتن حل اقتصادی بهینه
- ◀ ارزیابی حساسیت تغییر در پارامترهای طراحی با تغییر هزینه ها و همچنین ارزیابی حساسیت تغییر در تابع هدف با انحراف هر یک از پارامترهای طراحی از مقدار بهینه آن
- ◀ ارزیابی اثرات تغییر در دمای هوای اتمسفر و ضخامت عایق حرارتی ساختمان بر بار حرارتی و مقدر بهینه تابع هدف

## مدلسازی

### ناحیه اول: فضای خارج از کف

فضای خارج از کف (شامل هوای اتاق، دیواره ها، دروپنجره) در شکل (۱) نشان داده شده است.



در ادامه، زیرنویسهای ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ به ترتیب نشان دهنده جداره های شامل پنجره، شامل در، سمت چپ، سمت راست، سقف و کف موجود در شکل ۱ هستند. برای ساده سازی محاسبات، در و یا پنجره با دیواری که بر روی آن قرار دارند تلفیق شده اند و از یک ضریب انتقال گرمای یکنواخت متوسط گیری شده برای این هر یک از این جهات استفاده می گردد. به عنوان مثال، رابطه (۱)، نشان دهنده این ضریب برای جداره ای است که شامل دیوار و پنجره روی آن است.

$$U_{\text{average}} = \frac{U_{\text{window}} \cdot A_{\text{window}} + U_{\text{wall}} \cdot A_{\text{wall}}}{A_{\text{window}} + A_{\text{wall}}} \quad (1)$$

ضرایب شکل که برای محاسبات تابشی بین دیواره ها مورد نیاز هستند با استفاده از روابط موجود در مراجع [۱۰] و [۱۰] حاصل می شوند. مجموعه معادلات زیر برای محاسبات انتقال حرارت مورد استفاده قرار می گیرد:

$$\left\{ \begin{array}{l} h_i \cdot A_k (T_{\text{in}} - T_k) + \varepsilon_k \cdot \sigma \cdot A_k \cdot \left( \sum_{j=1}^6 F_{k-j} (T_j^4 - T_k^4) \right) = \\ \frac{T_k - T_{\text{out}}}{U_k} A_k \quad \left\{ \begin{array}{l} k = 1, 2, \dots, 5 \\ U_k = (R_w + \frac{1}{h_e})_k \end{array} \right. \\ h_i \cdot A_6 (T_{\text{in}} - T_6) + \varepsilon_6 \cdot \sigma \cdot A_6 \cdot \left( \sum_{j=1}^6 F_{6-j} (T_j^4 - T_6^4) \right) + \\ Q_{\text{floor}} = 0 \\ \sum_{j=1}^6 h_i \cdot A_j (T_{\text{in}} - T_j) = 0 \end{array} \right. \quad (2)$$

سطر اول مجموعه معادلات (۲)، شامل ۵ معادله نشان دهنده معادله انرژی برای جداره های داخلی ساختمان به غیر از کف ساختمان است. ترم اول در سمت چپ سطر اول نشان دهنده جابجایی حرارت از هوای اتاق به جداره k ام، ترم دوم سمت چپ سطر اول نشان دهنده تبادل تابش بین جداره k ام و تمامی جداره های دیگر، و ترم اول در سمت راست نشان دهنده تبادل حرارت (هدایت و جابجایی) بین جداره k ام و هوای اتمسفر می باشد. سطر دوم (یک معادله)، مربوط به کف ساختمان بوده و سطر سوم مربوط به بقای انرژی برای هوای اتاق به صورت یک حجم کنترل می باشد. در ضمن بار حرارتی ناشی از تعویض هوای اتاق با هوای خارج به بار حرارتی مورد نیاز از کف افزوده می شود:

$$Q_{total} = Q_{floor} + \rho \cdot c_p \cdot n \cdot V \cdot (T_{in} - T_{out}) \cdot \left(\frac{1000}{3600}\right)$$

$$q = \frac{Q_{total}}{A} \tag{۳}$$

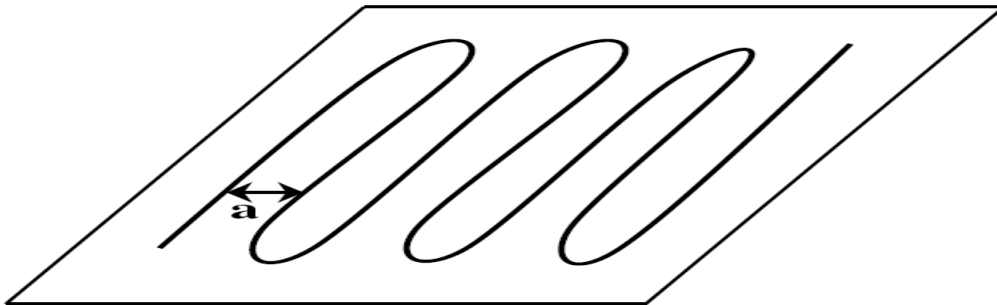
ضرایب انتقال حرارت هوا با دیواره های داخلی و خارجی به ترتیب برابر با ۸ و ۲۰ ( $W/m^2.K$ ) در نظر گرفته شده است.

در ۷ معادله موجود در مجموعه رابطه (۲)، ۷ مجهول وجود دارد که عبارت است از دمای جداره های داخلی و فلاکس حرارتی مورد نیاز. مجموعه معادلات غیر خطی ذکر شده به روش نیوتن رافسون حل شده است و مجهولات به دست می آیند.

#### ناحیه زیرین کف

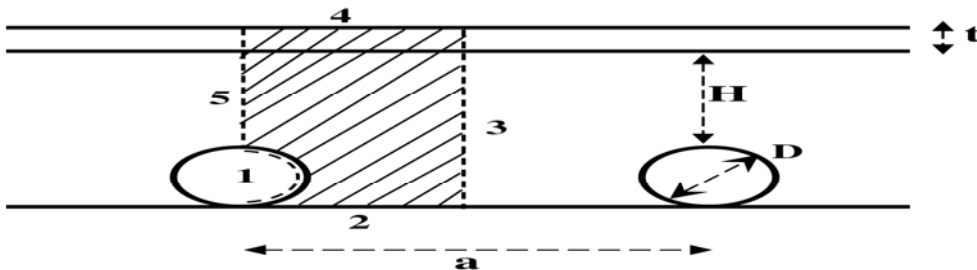
#### هندسه و شرایط مرزی

همانطور که در شکل (۲) نشان داده شده است، سیستم گرمایشی مورد نظر در این مقاله، دارای آرایش سینوسی است.



شکل ۲: آرایش سینوسی لوله های گرمایش

شکل (۳) نمای دو بعدی مقطع عرضی فضای زیرین کف بین دو لوله مجاور را نشان می دهد .



شکل ۳: نمای دو بعدی مقطع عرضی فضای زیرین کف بین دو لوله مجاور

به خاطر وجود تقارن در این شکل، حل عددی دوبعدی در بخشی که با مرزهای ۱ تا ۵ نشان داده شده است انجام می‌گیرد. فرض شده است که کف لوله‌ها (که با شماره ۲ نشان داده شده است) به اندازه کافی عایق بندی شده و فلاکس حرارتی صفر دارد. مرزهای ۳ و ۵، مرزهای متقارن بوده و فلاکس حرارتی صفر برای آنها در نظر گرفته شده است. از مرز ۴، حرارت به دو طریق جابجایی با هوای اتاق و تابش به دیواره‌ها ی اتاق خارج می‌گردد. برای حل عددی این مرز، مقادیر مورد نیاز دما هوای اتاق و دیواره‌ها (به جر کف اتاق) در مدلسازی بخش اول معین شده است (بخش ۱-۲). از مرز ۱، حرارت از آب گرم به دیواره داخلی لوله از طریق جابجایی منتقل می‌گردد. ضریب انتقال گرمای جریان آب گرم درون لوله به کمک رابطه زیر محاسبه می‌گردد [۴]:

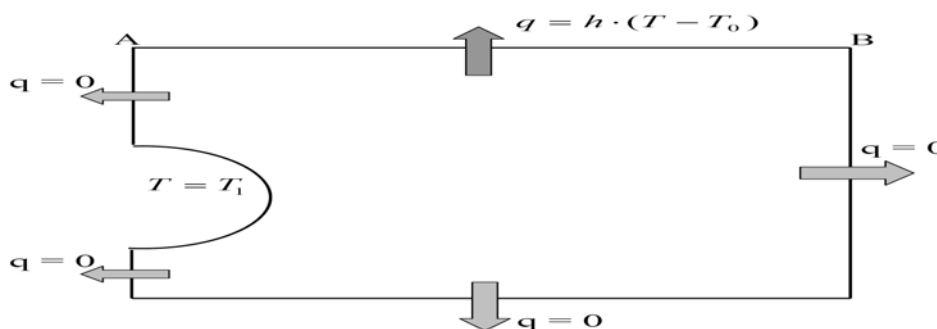
$$\begin{cases} \text{Nu} = 0.012(\text{Re}^{0.87} - 280) \cdot \text{pr}^{0.4} \\ 1.5 < \text{pr} < 500 \\ 3000 < \text{Re} < 10^6 \end{cases} \quad (۴)$$

#### شرایط انطباق حل ناحیه اول و دوم

نتایج مدلسازی نواحی فوقانی و زیرین کف باید در مرز مشترک آنها یعنی کف اتاق همخوان باشد. برای رسیدن به این شرایط، فضای زیرین کف به صورت عددی به ازای سه فاصله بین لوله ای دلخواه و متفاوت مدلسازی شده (فاصله بین لوله ای با نماد  $a$  در شکل (۳) نشان داده شده است) و فلاکسهای حرارتی متناظر با هر یک از سه حالت به دست می‌آید. با استفاده از این سه نقطه، معادله ای خطی برای فلاکس حرارتی بر حسب فاصله بین لوله ای به دست می‌آید. در نهایت با استفاده از این معادله، فاصله بین لوله‌ها که فلاکس حرارتی مورد نیاز را ارضا می‌نماید محاسبه می‌شود.

#### اعتبار سنجی مدلسازی عددی

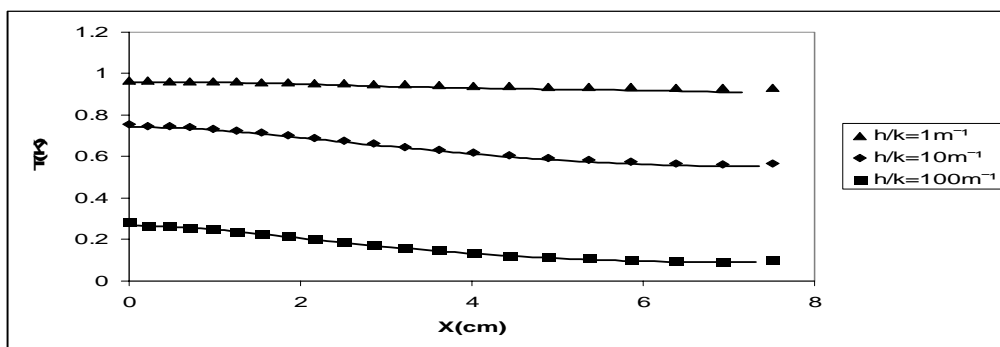
برای اعتبار سنجی نتایج عددی، آنها با نتایج تحلیلی موجود در مرجع [۲] مقایسه شده‌اند. هندسه و شرایط مرزی مسئله موجود در مرجع [۲] در شکل (۴) نشان داده شده است.



شکل ۴: هندسه و شرایط مرزی مسئله مرجع [۱۲]

دو تفاوت در شرایط مرزی مرجع [۲] با آنچه که در بخش ۲-۲-۱ ذکر شد وجود دارد، در حالی که [۱۲] تنها جابجایی حرارتی از کف را در نظر می‌گیرد، در این مقاله هر دو مود انتقال حرارت تابشی و جابجایی در نظر گرفته می‌شود. همچنین مرجع [۲] شرط مرزی دما ثابت را برای دیواره داخلی لوله‌ها در نظر می‌گیرد در حالیکه در این مقاله جابجایی حرارتی از آب گرم به دیواره‌های داخلی لوله به عنوان شرط مرزی در نظر گرفته شده است. اما برای اینکه بتوان نتایج عددی و تحلیلی را مقایسه نمود، در این بخش، نتایج عددی بر اساس شرایط مرزی ذکر شده در مرجع [۲] به دست آمده است.

مقایسه میان نتایج عددی و تحلیلی برای دما در امتداد کف (خطی که نقاط A و B در شکل (۴) را به هم متصل می‌کند)، برای مقادیر مختلفی از نسبت ضریب جابجایی حرارتی کف اتاق با هوا به ضریب هدایت حرارتی فضای زیرین کف، در شکل ۵ نشان داده شده است.



شکل ۵: مقایسه نتایج تحلیلی و عددی دما در امتداد خط گذرا از نقاط A و B در شکل (۴)

در این شکل، خطوط نشان دهنده نتایج تحلیلی و نقاط نشان دهنده نتایج عددی می‌باشند. مقادیر حداکثر و متوسط خطای مشاهده شده به ترتیب برابر ۲,۲٪ و ۱,۱٪ بوده است. همچنین مقایسه ای برای مقادیر فلاکس حرارتی برحسب فاصله بین لوله‌ها انجام گرفته است که متوسط خطای در حدود ۰,۸٪ را نشان می‌دهد.

## بهینه سازی

### تابع هدف

تابع هدف در این مقاله به صورت هزینه کل شامل مجموع هزینه های سرمایه گذاری و عملکردی تعریف شده است. هزینه های سرمایه گذاری شامل هزینه لوله‌ها (C1)، بتن (C2)، ماده عایق بندی کف لوله های (C3)، کف پوش (C4)، بویلر (C5) و پمپ (C6) با استفاده از توابع هزینه نشان داده شده در جدول (۱) محاسبه می‌گردد.

فشار اتلافی کل نشان داده شده در جدول (۱) عبارت است از مجموع افتهای اصطکاکی لوله ها و اتصالات که به صورت روابط ۵ و ۶ حاصل می گردد [۵]:

$$f = \begin{cases} 0.046 \text{Re}^{-0.2} & 3 \times 10^4 < \text{Re} < 10^6 \\ 0.079 \text{Re}^{-0.25} & 4 \times 10^3 < \text{Re} < 10^5 \end{cases} \quad (5)$$

$$\Rightarrow \Delta p_1 = 4f \cdot \left(\frac{L}{D}\right) \cdot \frac{\rho \cdot u_m^2}{2}$$

$$\Delta p_2 = 4f \cdot \left(\frac{L_e}{D}\right) \cdot \frac{\rho \cdot u_m^2}{2} \quad (6)$$

جدول ۱: توابع هزینه سرمایه گذاری [۱۳ و ۷]

ماده مورد نظر	(\$)
لوله	$C_1 = \begin{cases} L_{\text{pipe}} \times 1.936 & D = \frac{3}{4} \text{ in} \\ L_{\text{pipe}} \times 1.787 & D = \frac{1}{2} \text{ in} \end{cases}$
بتن	$C_2 = A_6 \times H(\text{cm}) \times 0.351$
پلی استیرن	$C_3 = A_6 \times 2.128$
کف پوش	$C_4 = \begin{cases} A_6 \times 21.277 & \text{marble} \\ A_6 \times 12.767 & \text{tile} \end{cases}$
بویلر	$C_5 = Q(\text{kcal/h}) \times 0.0468$
پمپ	$C_6 = 304.929 \times (W_{\text{pump}})^{a_1}$ $W_{\text{pump}} = \frac{\dot{m} \cdot \Delta p}{\rho \cdot \eta_p \cdot \eta_e}$ $a_1 = \begin{cases} 0.25 \dots \dots \dots 0.02 \text{ kW} < W_{\text{pump}} < 0.3 \text{ kW} \\ 0.45 \dots \dots \dots 0.3 \text{ kW} < W_{\text{pump}} < 20 \text{ kW} \\ 0.84 \dots \dots \dots 20 \text{ kW} < W_{\text{pump}} < 200 \text{ kW} \end{cases}$

هزینه های عملکردی شامل هزینه الکتریسیته مصرف شده توسط پمپ و هزینه سوخت مصرفی (گاز طبیعی) مصرف شده توسط بویلر برای گرمایش آب می شود. هزینه سوخت در ساعت بر اساس مرجع [۷] به صورت زیر محاسبه می گردد:

$$C_{\text{fuel}} = \frac{Q(\text{kcal/h})}{9407} \times 0.0745 \quad (7)$$

هزینه الکتریسیته مصرفی در جدول (۲) نشان داده شده است.



جدول ۲: تعرفه هزینه الکتریسیته

مصرف ( کیلو وات ساعت در ماه )	هزینه در ماه ( به ریال )
۴۱-۶۰	۶۷,۹۸
۶۱-۱۵۰	۸۰,۳۴*مصرف
۱۵۱-۲۰۰	۹۳,۰۲*مصرف - ۱۲۶۱,۸
۲۰۱-۲۵۰	۱۰۱,۷۱*مصرف - ۳۹۹۹,۵
۲۵۱-۳۰۰	۱۱۳*مصرف - ۵۸۲۰,۹۸
۳۰۱-۶۰۰	۳۴۱*مصرف - ۷۴۲۲۰,۹۸
>۶۰۰	۸۷۸*مصرف - ۳۹۶۴۲۰,۹۸

بنابراین تابع هدف شامل هزینه های سرمایه گذاری و عملکردی به صورت زیر حاصل می گردد:

$$\begin{aligned} \text{Total Cost} &= \text{CRF} \cdot C_{\text{investment}} + C_{\text{operating}} \\ C_{\text{investment}} &= C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5 + C_6 \\ \text{CRF} &= \frac{i}{1 - (i+1)^{-N}} \\ C_{\text{operating}} &= C_{\text{electricity}} + C_{\text{fuel}} \end{aligned} \quad (۸)$$

#### متغیرهای تصمیم گیری و محدوده تغییرات آن

قطر لوله (D)، ارتفاع بتن روی لوله ها (H)، نوع و ضخامت (t) کف پوش روی بتن، و سرعت آب درون لوله ها (u) به عنوان متغیرهای تصمیم گیری در نظر گرفته شده است. محدوده تغییرات این متغیرها بدین صورت است:  $\frac{1}{2}$  (inch) یا  $\frac{3}{4}$  (inch) برای قطر لوله، 6 (cm) یا 8 (cm) برای ارتفاع بتن روی لوله ها، و  $1.5$  (m/s) و  $2$  (m/s) یا  $2.5$  (m/s) برای سرعت جریان درون لوله. نوع کف پوش می تواند کاشی و یا سنگ مرمر با ضخامت 2 (cm) و یا 0.5 (cm) باشد. بنابراین ۲۴ حالت ممکن در فضای تصمیم گیری وجود دارد. برای هر یک از ۲۴ حالت، مدل سازی بر اساس آنچه که در بخش (۲) ذکر شد انجام می گردد تا فاصله مناسب بین لوله ها که شار حرارتی مورد نیاز از کف را ارضا می نماید به دست آید.

مجموع طول لوله ها برای هر یک از ۲۴ حالت بر اساس

فاصله بین لوله ها و ابعاد کف به دست می آید.

## مطالعه موردی

در این مقاله، شکل (۱) نشان دهنده دیاگرام شماتیک ابعاد ساختمان به منظور مدلسازی و بهینه سازی است. ضریب های هدایت حرارتی و ضخامت مواد مورد استفاده در دیوارها در جدول (۳) نشان داده شده است.

جدول ۳: ضخامت و هدایت مواد به کار رفته در دیوار

ضریب هدایت حرارتی ( $W/m.K$ )	ضخامت (cm)	ماده
,		گچ
,		آجر
,	,	پشم سنگ (عایق)
,		سنگ مرمر

پنجره دو جداره شامل دو شیشه هر یک به ضخامت 0.5cm و ضریب هدایت  $0.78 W/m.K$  و همچنین هوای بین دو شیشه به ضخامت 1.1cm و ضریب هدایت  $0.024 W/m.K$  می باشد. همچنین ضخامت و ضریب هدایت در چوبی به ترتیب 5cm و  $0.14 W/m.K$  می باشد. دمای مطلوب هوای اتاق 21C و دمای اتمسفر 5C- در نظر گرفته شده است. همچنین نرخ تعویض هوای داخل با هوای بیرون برابر با 0.25 (times/day) در نظر گرفته شده است. فرض شده است که سیستم گرمایش ۴ ماه از سال کار می کند. همچنین نرخ تورم در معادله (۸) برابر با ۰,۱ در نظر گرفته شده است و فرض می شود که عمر سیستم ۱۰ سال باشد.

## بحث و نتایج

## نتایج مدلسازی و بهینه سازی

مقادیر بهینه پارامترهای طراحی (متغیرهای تصمیم گیری) حاصل از بهینه سازی در جدول (۴) نشان داده شده است. افزایش قطر لوله منجر به افزایش فلاکس حرارتی شده و به طراح اجازه می دهد که از فواصل بین لوله ای بزرگتری استفاده نماید. فاصله بیشتر بین لوله ها طول کل لوله ها را کاهش می دهد. اما به هرجهت، هزینه الکتریسته پمپاژ و همچنین هزینه سرمایه گذاری واحد طول لوله ها با افزایش فاصله بین لوله ها افزایش می یابد. نتایج جدول (۴) نشان می دهد که قطر بیشتر لوله ها حالت بهینه ایجاد می نماید. این امر نشان می دهد که با استفاده از لوله های با قطر بزرگتر، کاهش در هزینه ها بر افزایش هزینه ها غلبه می نماید.

ضخامت بیشتر بتن منجر به افزایش هزینه سرمایه گذاری آن و همچنین به واسطه افزایش مقاومت حرارتی باعث کاهش فلاکس حرارتی از کف می شود. بنابراین، ضخامت کمتر بتن مطلوب طراح است.

#### جدول ۴: مقادیر بهینه پارامترهای طراحی مربوط به مطالعه موردی در این مقاله

(C) دمای جداره شماره ۱	۱۸,۸۵
(C) دمای جداره شماره ۲	۱۸,۷۷
(C) دمای جداره شماره ۳	۱۹,۰۶
(C) دمای جداره شماره ۴	۱۹,۰۶
(C) دمای جداره شماره ۵ (سقف)	۱۹,۴۴
(C) دمای جداره شماره ۶ (کف)	۲۵,۷۵
$\frac{W}{m^2}$ (فلاکس حرارتی مورد نیاز از کف)	۸۰,۲۱
(\$) حداقل هزینه کل در سال	۵۳۲
قطر بهینه لوله (اینچ)	۳/۴
سرعت بهینه آب (m/s)	۱,۵
ضخامت بهینه بتن (m/s)	۶
کف پوش بهینه	کاشی با ضخامت ۰,۵ (cm)
فاصله بین لوله ها مربوط به حالت بهینه (cm)	۲۶۶

دو انتخاب برای کف پوش (سنگ مرمر یا کاشی) مورد ارزیابی قرار گرفته است. مشاهده شده است که به ازای افزایش مقاومت حرارتی، فلاکس حرارتی از کف کاهش می یابد. همچنین، نوع کف پوش به واسطه هزینه سرمایه گذاری آن نیز فاکتور مهمی است. با در نظرگیری همه این جهات، پس از فرایند بهینه سازی، کاشی به عنوان گزینه بهتر مد نظر قرار گرفته است.

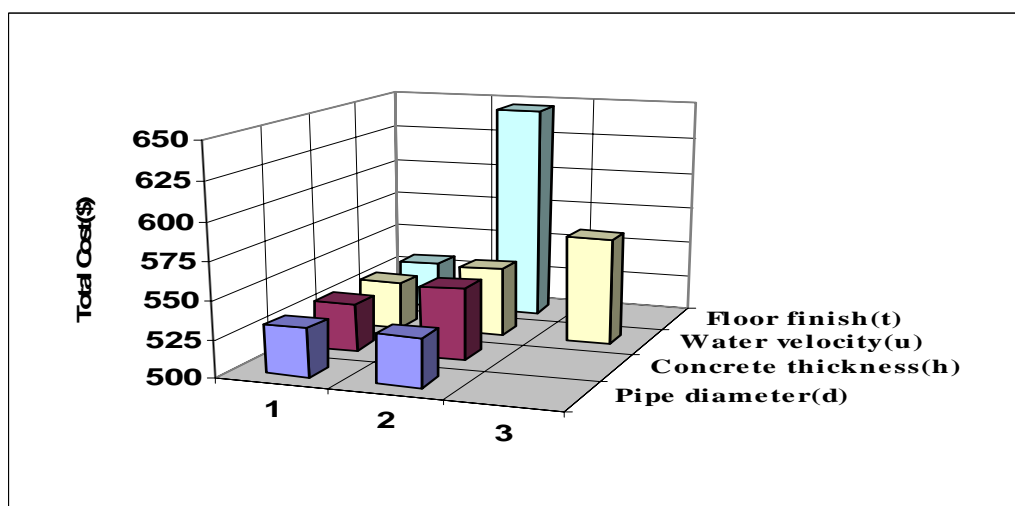
افزایش سرعت آب درون لوله ها منجر به افزایش جابجایی حرارتی از آب به دیواره لوله و بنابراین منجر به افزایش فلاکس حرارتی از کف می شود. اما به خاطر این واقعیت که هدایت دیواره های لوله برابر با  $0,35 \frac{W}{m.K}$  می باشد، در لوله ها مقاومت حرارتی هدایتی بسیار بزرگتر از مقاومت حرارتی جابجایی بوده است و به همین دلیل مشاهده شده است که افزایش سرعت آب درون لوله ها تنها منجر به افزایش افت فشار و هزینه های مربوطه می شود (با توجه به فضای تصمیم گیری، حداقل سرعت آب درون لوله ها به عنوان حالت بهینه در نظر گرفته شده است).

#### آنالیز حساسیت

دو نوع آنالیز حساسیت در این مقاله بررسی شده است. اولاً، اثر تغییر هزینه های سرمایه گذاری و عملکردی بر پارامترهای بهینه طراحی مد نظر قرار گرفت. نتایج نشان داد که در این مطالعه، افزایش هزینه های سرمایه گذاری و

کاهش هزینه‌های عملکردی اثری بر پارامترهای بهینه طراحی نداشته است. اما، کاهش هزینه‌های سرمایه‌گذاری به اندازه ۷۵٪ و افزایش افزایش هزینه‌های عملکردی به اندازه ۲۲۵٪ موجب تغییر قطر بهینه از  $\frac{3}{4}$  inch به  $\frac{1}{2}$  inch شده است.

درثانی، حساسیت تغییر در هزینه کل با انحراف هر یک از پارامترهای طراحی از مقدار بهینه آن مورد ارزیابی قرار گرفته و در شکل (۶) نشان داده شده است.

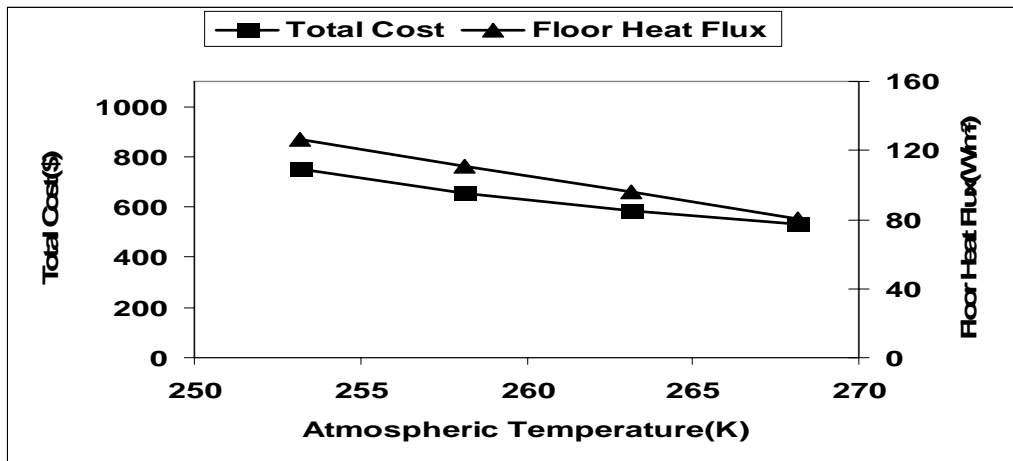


شکل ۶: تغییر در هزینه کل به واسطه انحراف هر یک از متغیرهای تصمیم‌گیری از حالت بهینه

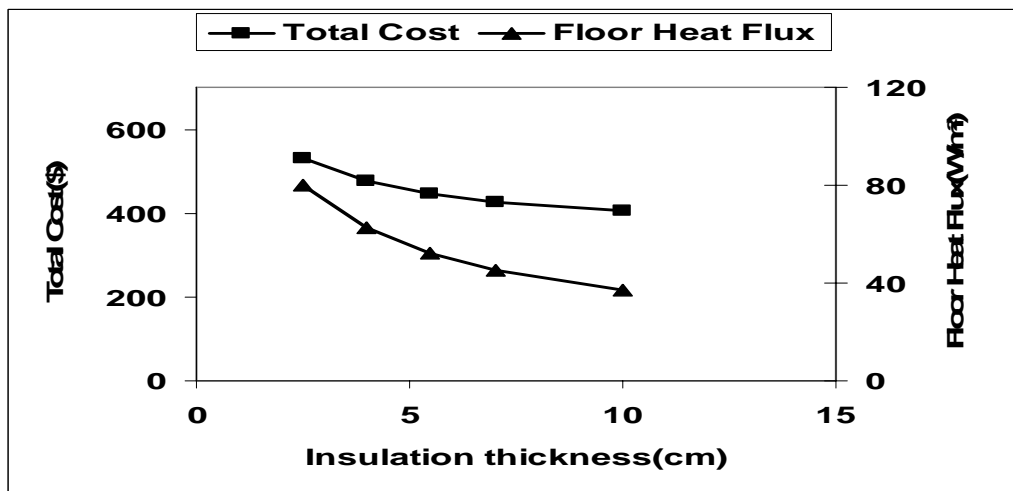
در این شکل، هر یک از متغیرهای طراحی در یک سطر قرار گرفته است. از ستون‌های ۱، ۲ و ۳ دامنه تغییرات هر یک از این متغیرها را نشان می‌دهد. ستون اول نشان‌دهنده حالت بهینه هر متغیر و ستون ۲ و ۳ مقادیر غیر بهینه آن متغیر را نشان می‌دهد. به عنوان مثال، ارتفاع بار در ستون ۱ و سطر ۱، نشان‌دهنده مقدار بهینه تابع هدف است و ارتفاع بار در همین سطر و در ستون ۲ نشان‌دهنده مقدار تابع هدف به دست آمده با تغییر تنها قطر لوله از مقدار بهینه آن می‌باشد. تغییرات ارتفاع بیشتر در یک سطر نشان‌دهنده حساسیت بیشتر تابع هدف به متغیر تصمیم‌گیری مرتبط با همان سطر می‌باشد. همانطور که در شکل (۶) نشان داده شده است، انحراف کف پوش از مقدار بهینه آن بیشترین اثر بر تابع هدف را داراست. اولاً به این سبب که هزینه سرمایه‌گذاری سنگ مرمر در واحد سطح تقریباً دو برابر هزینه کاشی است، و در ثانی به این سبب که مقاومت حرارتی سنگ مرمر بیشتر از کاشی است.

تغییر در قطر لوله کمترین اثر را بر هزینه کل داشته است. حداکثر تغییرات در هزینه کل (تابع هدف) به واسطه انحراف کف پوش، سرعت آب، ضخامت بتن و قطر لوله از مقادیر بهینه شان به ترتیب حدود ۲۱٫۴٪، ۷٫۵٪، ۳٪ و ۰٫۰۴٪ بوده است.

اثر تغییر در دمای اتمسفر و ضخامت عایق حرارتی (پشم سنگ) بر مقدار بهینه تابع هدف و فلاکس حرارتی مورد نیاز از کف به ترتیب در شکل‌های (۷ و ۸) نشان داده شده است.



شکل ۷: اثرات تغییر دمای اتمسفر بر فلاکس حرارتی مورد نیاز از کف و هزینه کل



شکل ۸: اثرات تغییر ضخامت عایق دیواره ها بر فلاکس حرارتی مورد نیاز از کف و هزینه کل

با توجه به شکل (۷)، با کاهش مقدار دمای اتمسفر، فلاکس حرارتی کف به صورت خطی و تابع هزینه به صورت غیر خطی افزایش یافته است. به عنوان مثال، تغییر در دمای اتمسفر از ۲۶۸،۱۵ کلوین تا ۲۵۳،۱۵ کلوین، تابع هدف را به اندازه ۴۱،۴٪ افزایش داده است و موجب افزایش فلاکس حرارتی کف به میزان ۵۷،۸٪ شده است.

با توجه به شکل (۸)، افزایش ضخامت عایق دیوارها، موجب کاهش هزینه ها و همچنین فلاکس حرارتی مورد نیاز از کف شده است. افزایش ضخامت عایق از ۲,۵ به ۱۰ سانتی متر، هزینه کل رابه اندازه ۲۳,۵٪ و مقدار فلاکس حرارتی مورد نیاز از کف را به اندازه ۵۳,۸٪ کاهش داده است.

### نتایج

برای مدل‌سازی سیستم گرمایش از کف، یک مدل جدید به صورت ترکیبی از مدل‌های چند ناحیه ای و عددی پیشنهاد شده است. مدل‌سازی شامل یافتن حل عددی هدایت حرارتی در فضای زیرین کف و حل تحلیلی معادلات انرژی در فضای فوقانی کف می شود. با در نظر گیری قطر لوله، ضخامت بتن، نوع و ضخامت کف پوش، و سرعت آب درون لوله ها به عنوان متغیرهای تصمیم گیری، حداقل تابع هدف از میان تمامی حالات ممکن با استفاده از جستجوی عددی یافته شد. دو نوع آنالیز حساسیت بررسی شد. آنالیز اول نشان داد که از میان تمامی پارامترهای طراحی، قطر بهینه لوله تنها پارامتر طراحی بود که با کاهش هزینه های سرمایه گذاری و یا افزایش هزینه های عملکردی تغییر کرد. آنالیز دوم نشان داد که انحراف کف پوش از حالت بهینه آن، حداکثر اثر نامطلوب و انحراف قطر لوله از حالت بهینه آن حداقل اثر نامطلوب بر تابع هدف را داشته است.

با کاهش دمای اتمسفر، فلاکس حرارتی مورد نیاز از کف به صورت خطی و تابع هدف به صورت غیر خطی افزایش یافته است، به طوری که با کاهش دمای هوای اتمسفر از ۲۶۸,۱۵ کلوین به ۲۵۳,۱۵، تابع هدف به میزان ۴۱,۴٪ و فلاکس حرارتی مورد نیاز به میزان ۵۷,۸٪ افزایش یافته است. همچنین، افزایش ضخامت عایق دیوار، فلاکس حرارتی مورد نیاز از کف و هزینه کل را کاهش داد، به طوری که افزایش ضخامت عایق از ۲,۵ به ۱۰ سانتیمتر، تابع هدف را به میزان ۲۳,۵٪ و فلاکس حرارتی مورد نیاز را به میزان ۵۳,۸٪ کاهش داده است.

### فهرست علائم

$A_i$	مساحت سطح $i$ ام ( $m^2$ )
$a$	فاصله بین لوله ها (m)
$C_p$	ظرفیت گرمایی ویژه در فشار ثابت ( $J/kg.K$ )
$D$	قطر لوله (m)
$F_{k-j}$	ضریب شکل تابش برخوردی از سطح $k$ به سطح $j$
$f$	ضریب اصطکاک
$H$	ضخامت بتن (m)

ضریب انتقال حرارت جابجایی ( $W/K.m^2$ )	$h$
نرخ تورم	$i$
ضریب هدایت حرارتی ( $W/K.m$ )	$k$
طول معادل زانویی (m)	$L_e$
مجموع طول لوله ها (m)	$L_{pipe}$
دبی جرمی ( $kg/s$ )	$\dot{m}$
عدد نوسلت جریان آب	$Nu$
نرخ تعویض هوا (روز/دفعه)	$n$
عمر سیستم (سال)	$N$
عدد پراتل جریان آب	$Pr$
افت فشار ( $kg/m.s^2$ )	$\Delta p$
فلاکس حرارتی ( $W/m^2$ )	$q$
نرخ انتقال حرارت ( $W$ )	$Q$
عدد رینولدز	$Re$
مقاومت هدایتی ( $m^2.K/W$ )	$R_w$
دما (کلوین)	$T$
ضخامت کف پوش (m)	$t$
اختلاف دما بین دیواره داخلی و اتمسفر	$\Delta T$
ضریب انتقال گرمای کلی ( $W/K.m^2$ )	$U$
سرعت متوسط آب ( $m/s$ )	$u_m$
حجم اتاق ( $m^3$ )	$V$
توان پمپاژ (kW)	$W_{pump}$
علائم یونانی	
ضریب گسیل تابشی	$\varepsilon$
بازده الکترو موتور	$\eta_e$
بازده پمپ	$\eta_p$
چگالی هوای اتاق ( $kg/m^3$ )	$\rho$
ثابت استفان بولتزمن	$\sigma$

## زیرنویسها

خارجی	e
داخلی	i
هوای اتاق	in
اتمسفریک	Out

## منابع

- [1] Electric underfloor and ceiling heating systems, [http:// www.stradasystems.co.uk](http://www.stradasystems.co.uk).
- [2] G.De Mey, Temperature distribution in floor heating systems, Int. J. Heat Mass Transfer 23 (1980) 1289-1291.
- [3] Hanibuchi, Haruo, Basic study of radiative and convective Heat Exchange in a Room with Floor Heating, Ashrae Transactions, V104(1998) 1098-1105.
- [4] J. P. Holman, Heat Transfer, 8<sup>th</sup> Edition, MacGraw-hill, 1996.
- [5] Kakac S., Liu H., Heat Exchangers selection , Rating and Thermal design., 2th Ed., CRC Press, 2002.
- [6] Miroslaw Zukowski , Heat transfer and pressure drop characteristics of the underfloor air distribution system, Energy and building 37 (2005) 890-896.
- [7] Nasl Bartar Novin company, [http:// www.nbn.ir](http://www.nbn.ir).
- [8] Patankar, Suhass V, Numerical heat transfer and fluid flow, Hemisphere Pub.crop, McGraw-Hill, 1980.
- [9] Pure energy technology LTD, underfloor heating, [http:// www.pet.ie](http://www.pet.ie).
- [10] Qingyan Chen , Ventilation performance prediction for buildings : A method overview and recent applications, Building and Environment 44 (2009)848-858.
- [11] Qiongxiang Kong , Bingfeng Yu , Numerical study on temperature stratification in a room with underfloor air distribution system, Energy and Buildings 40(2008) 495-502.
- [12] Robert Siegel, John R.Howell, Thermal Radiation Heat transfer, Fourth Edition, 2001.
- [13] Rohsenow W.M., Hartnepp G.P., Cho T.I., "Handbook of heat transfer", Third edition, McGraw Hill, New York, 1998.
- [14] T.Lenman, Water and Pipe, Wirsbo Brucks Ab, Sweden, 2001.
- [15] Wirsbo under floor heating systems, basic manual, unponor wirsbo , Sweden 2002.
- [16] Your total heating solution, [http:// www.plumbcraft.co.nz](http://www.plumbcraft.co.nz).
- [17] Yu, Huili, Economic Analysis of Low Temperature Radiant floor Heating Systems, Proceeding of the international conference on energy conversion and applications, ICECA(2001) 989-992.