

# آنالیز حساسیت فرآیند گرمایش تشعشی (از کف) در ساختمان

سورنا ستاری، بیژن فرهانیه  
دانشگاه صنعتی شریف

## چکیده

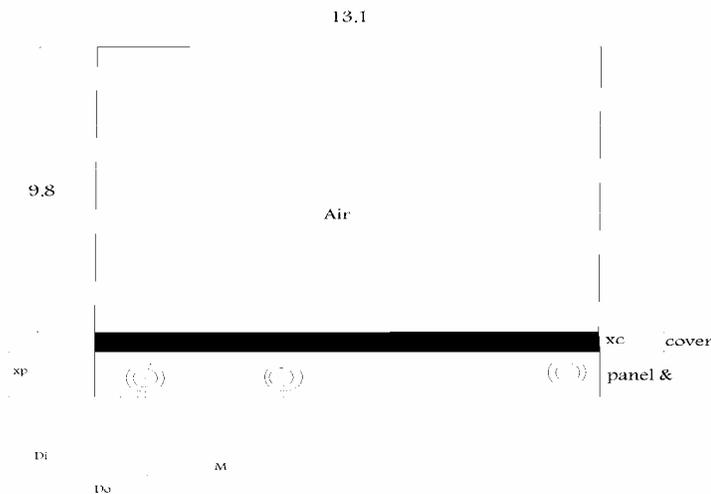
در این مقاله اثر پارامترهای مختلف را بر روی زمان گرم شدن یک اتاق بر اثر گرمایش کفی از طریق حل زمانی معادلات انتقال حرارت با در نظر گرفتن مکانیزم‌های هدایت، جابجایی و تشعشع در سه نقطه کف، وسط و بالای اتاق به کمک مدل‌سازی اجزا محدود و حل مسأله انتقال حرارت به کمک نرم افزار ANSYS انجام شده است. در مدل در نظر گرفته شده حرارت از لوله‌های آب به کمک مکانیزم هدایت به سطح منتقل می‌شود و انتقال حرارت از کف به هوای اتاق به کمک مکانیزم‌های جابجایی و تشعشع، باعث گرم شدن اتاق می‌شود که رفتار گرم شدن در طول زمان در سه نقطه بررسی شده است. پارامترهای مورد بررسی عبارتند از: اثر تغییر قطر، جنس، تعداد لوله‌های انتقال دهنده حرارت در کف، اثر ضخامت و جنس پوشش‌های مختلف که از آن انتقال حرارت از طریق تشعشع و جابجایی صورت می‌گیرد.

مقدمه

ممد گرمایش تشعشعی از کف یکی از روش‌های کارآمد گرمایش ساختمان‌ها از طریق تمرکز گرمایش در کف است. روش عملکردی این سیستم شامل توزیع انرژی از طریق پمپاژ سیال حامل انرژی از میان لوله‌های ویژه نصب شده در کف فضاها است. در این سیستم آب حامل انرژی عمل گرمایش را انجام می‌دهد. یکی از متدهای اجرایی سیستم‌های گرمایش ساختمان‌ها، استفاده از سیستم گرمایش حرارت مرکزی تشعشعی است. در این روش، گرمایش ساختمان توسط لوله‌های آب گرم، کانال هوای گرم و یا المنتهای الکتریکی تعبیه شده در سقف، کف یا دیوار و عمدتاً با مکانیزم تشعشع صورت می‌گیرد. در اکثر تأسیساتی که دارای سیستم تشعشعی هستند، سیال عامل، آب است. جنس لوله‌ها نیز عمدتاً از آهن سیاه یا مس است و دمای آب ورودی معمولاً در حدود ۱۶۵°F است. از محاسن این سیستم گرمایش مرزی می‌توان به این موارد اشاره کرد: نامرئی بودن وسایل گرمازا، عدم اشغال فضا، قابلیت استفاده از سیستم سرمایش، مطبوع و یکنواخت بودن نرخ انتقال حرارت. از مشکلات این روش نیز می‌توان به این موارد اشاره نمود: دشواری اجرا، دقت بالای اجرایی، مخارج زیاد نصب و تعمیر، استاندارد نبودن پانل‌های حرارتی و عدم دسترسی به پانل‌ها به صورت پیش ساخته.

تعریف مسأله

در این مقاله به بررسی نقش عوامل گوناگون در سرعت و میزان انتقال حرارت گرمایشی در یک اتاق نمونه می‌پردازیم. برای این منظور اتاقی به ابعاد 9/8 ft × 13/1 ft را در نظر می‌گیریم که در آن از سیستم گرمایش از کف استفاده شده است. در مدل حرارت به طریق هدایت از لوله‌ها به کف و از آنجا به وسیله جابجایی و تشعشع به محیط اطراف منتشر می‌شود.



شکل ۱- مدل در نظر گرفته شده

### الف) هندسه مسأله

مقادیر پارامترهای گوناگون که تغییر کرده‌اند، بر اساس شمارهٔ تحلیل‌ها، طبق جدول ۱ اعمال شده‌اند و مدل هندسی مسأله مطابق با شکل ۱ ساخته شده است که شامل یک مستطیل بزرگ به عنوان هوای درون اتاق، یک مستطیل کوچک به عنوان کف پوش و سپس یک صفحه مستطیلی سوراخ‌دار به عنوان زیرسازی کف اتاق بوده است. لوله‌ها نیز به صورت دو دایره تو در تو بر اساس ابعاد استاندارد لوله‌های مصرفی در سیستم گرمایش آب گرم [4] مدل شده است. چهار ماده مختلف برای بخش‌های گوناگون مدل تعریف شده است که شامل خواص حرارتی و چگالی هوا، کف پوش، زیر سازی کف و لوله‌های انتقال آب می‌باشند. در این مسأله سیستم را طبق استانداردهای کتاب مرجع ASHRAE HANDBOOK، سیستم آب گرم (دمای ۷۰ برای آب ورودی) در نظر گرفته‌ایم.

### ب) مدل اجزای محدود

مش‌بندی مدل هندسی با توجه به میزان دقت نواحی مختلف مدل و نیز جنس خواص مادی المان‌ها در هر ناحیه صورت گرفته است که همگرایی جوابها نسبت به مش‌بندی در نخستین اجرا مسأله، تا سه مرتبه با مش‌بندی‌های ریزتر بررسی شده است.

### ج) شرایط مرزی و بارگذاری

دمای اولیه اتاق  $61^{\circ}\text{F}$  فرض شده است و به صورت یکنواخت به کل المان‌های هوا اعمال گشته است. بارگذاری حرارتی از نوع جابجایی<sup>۱</sup> و تشعشعی<sup>۲</sup> و هدایتی صورت گرفته است. بارگذاری انتقال حرارت جابجایی، شامل جابجایی از کف پوش به هوای اتاق و از هوای اتاق به خارج و نیز بارگذاری انتقال حرارت تشعشعی ما بین لوله‌های سطوح کف، فضای اتاق و دیوارها در نظر گرفته شده است. جابجایی هدایتی نیز بین لوله‌ها و سطح زیرین پانل و رویه مدل شده است.

### د) روش حل مسأله

برای حل این مسأله از ماژول Thermal در نسخه 8 نرم افزار ANSYS استفاده شده است. این ماژول که قابلیت حل مسائل انتقال حرارت را به روش اجزای محدود داراست، امکان تحلیل کلیه مکانیزم‌های انتقال حرارت را دارد.

متد حل مسأله، بستگی زیادی به ماهیت بارهای اعمالی روی مدل دارد. در این مسأله از میان روش‌های چهار گانه تحلیل مسائل تابش در ANSYS، روش Aux12 که در نرم افزار به نام Radiation opt می‌باشد استفاده شده است. به منظور اطمینان از صحت این انتخاب، مسأله در متدهای دیگر و با شرایط شمارهٔ ۱ جدول ۱ صفحه بعد مدل شده که هیچ کدام از آنها به جواب مطلوب منجر نگردیده‌اند. بنابراین

1- Convection

2- Radiation

حل مسأله آنالیز گذرا<sup>۲</sup> با متد Full در پردازشگر Aux12 و با استفاده از قابلیت سوپر المان حرارتی و ماتریس تابش و در مدت زمان ۰/۳۰۰ ثانیه صورت گرفته است.

جدول ۱- شرایط در نظر گرفته شده برای حالت‌های مختلف مسأله

شماره	قطر لوله	جنس لوله	جنس پانل	جنس کف پوش	تعداد لوله‌ها	ضخامت کف پوش
بررسی اثر قطر لوله	۱ ۲ ۳	۱/۲ ۳/۴ ۱	Steel Steel Steel	Asphalt Asphalt Asphalt	۱۳ ۱۳ ۱۳	۰/۰۴ ۰/۰۴ ۰/۰۴
بررسی اثر جنس لوله	۴ ۵ ۶	۱ ۱ ۱	Steel Copper PP-C	Asphalt Asphalt Asphalt	۱۳ ۱۳ ۱۳	۰/۲ ۰/۲ ۰/۰۲
بررسی اثر ضخامت cover	۷ ۸ ۹	۱ ۱ ۱	Steel Steel Steel	Asphalt Asphalt Asphalt	۱۳ ۱۳ ۱۳	۰/۲ ۰/۱ ۰/۰۴
بررسی اثر جنس cover	۱۰ ۱۱ ۱۲	۱ ۱ ۱	Steel Steel Steel	Asphalt Asphalt Asphalt	۱۳ ۱۳ ۱۳	۰/۲ ۰/۲ ۰/۲
بررسی تعداد لوله	۱۳ ۱۴ ۱۵	۱ ۱ ۱	Steel Steel Steel	Asphalt Asphalt Asphalt	۱۱ ۱۲ ۱۳	۰/۲ ۰/۲ ۰/۲

(د) فرمول‌بندی [9]

۱- معادلات مربوط به هدایت حرارتی در مدل قانون بقای انرژی از فرمول زیر محاسبه می‌شود.

$$\rho c \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \{V\}^T \{L\} T \right) + \{L\}^T \{q\} = \ddot{q}$$

$\rho$  = چگالی،  $T$  = دما،  $\{q\}$  = برار شار حرارتی،  $C$  = گرمای ویژه،  $t$  = زمان،  $\ddot{q}$  = حرارت تولیدی در واحد سطح،

3- Transient Analysis

4- Heavy carpet

$$\{V\} = \begin{Bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{Bmatrix} = \text{بردار بیان‌کننده جابجایی جرم بر اثر انتقال حرارت}$$

$$\{L\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{Bmatrix} = \text{بردار عملگر، می‌باشند.}$$

$\{q\} = [D]\{L\}T$  که در آن ضرایب انتقال حرارت در سه جهت هستند.  
از ترکیب معادلات بالا معادله زیر به دست می‌آید:

$$\rho c \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \{V\}^T \{L\}T \right) + \{L\}^T ([D]\{L\}T) = \ddot{q}$$

که فرم باز شده آن به صورت زیر است:

$$\rho c \left( \frac{\partial T}{\partial t} + V_x \frac{\partial T}{\partial x} + V_y \frac{\partial T}{\partial y} + V_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \ddot{q} + \frac{\partial}{\partial x} \left( K_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial T}{\partial z} \right)$$

۲- معادلات مربوط به جابجایی:

$$\{q\}^T \{\eta\} = h_f (T_S - T_B)$$

$h_f$  = ضریب جابجایی فیلم،  $T_B$  = دمای بالک،  $T_S$  = دمای سطح مدل.

فرم کلی در نظر گرفته شده:

$$\{\eta\}^T [D]\{L\}T = h_f (T_B - T)$$

فرم معادلات برای در نظر گرفتن توامان جابجایی و هدایت به صورت زیر می‌باشد:

$$\int_{vol} \left( \rho c \delta T \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \{V\}^T \{L\}T \right) + \{L\}^T (\delta T) ([D]\{L\}T) \right) d(vol) =$$

$$\int_{S_2} \delta T q^* d(S_2) + \int_{S_3} \delta T h_f (T_B - T) d(S_3) + \int_{vol} \delta T \ddot{q} d(vol)$$

که در آن  $vol$  = حجم المان و  $\partial T$  = دماهای اعمال شده می‌باشد.

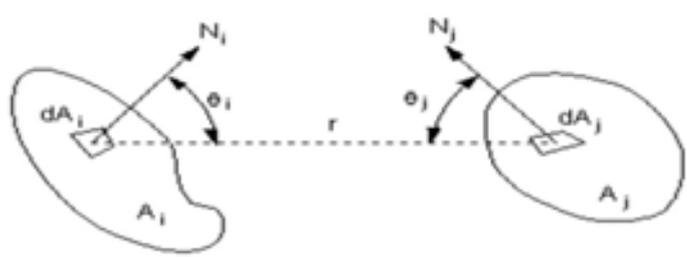
۳- معادلات مربوط به تشعشع:

معادله انتقال حرارت تشعشعی برای محفظه‌ای که فقط دو وجه داشته باشد، به صورت زیر است:

$$Q_i = \sigma \varepsilon_i F_{ij} A_i (T_i^4 - T_j^4)$$

که در آن  $T_i$  و  $T_j$  دماهای مطلق سطوح  $i$  و  $j$  هستند.

$\sigma$  = ثابت استفان بولتزمن  
 $F_{ij}$  = ضریب تبادل تشعشع (بدون بعد)  
 $\epsilon_i$  = ضریب صدور موثر برای سطح  $i$   
 $A_i$  = سطح مقطع جسم  $i$   
 که  $F_{ij}$  برای یک سطوح دو وجهی به صورت زیر محاسبه می‌شوند.



شکل ۲- ضریب صدور

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi r^2} d(A_j) d(A_i)$$

$A_i, A_j$  = مساحت سطوح  $i, j$   
 $r$  = فاصله بین دو سطح  $i, j$

$\theta_i$  = زاویه بین بردار نرمال سطح  $i$  و خط شعاعی که موازی  $d(A_j)$  است.  
 $\theta_j$  = زاویه بین بردار نرمال سطح  $j$  و خط شعاعی که موازی  $d(A_i)$  است.  
 $N_j, N_i$  = خطوط نرمال بر سطوح تشعشع هستند.

از روش ماتریس‌های تشعشعی برای مسائلی که شامل دو یا تعداد بیشتری از سطوح باشند استفاده می‌شود. این روش شامل تولید ماتریس‌های تشعشع با ضریب دید بین سطوح به کمک تعریف سوپرالمان با کمک المان‌های کوچک روی سطوح می‌باشد.

رابطه بیان شده می‌تواند به صورت زیر نیز بیان شود:

$$Q_i = \sigma \epsilon_i F_{ij} A_i (T_i^2 + T_j^2) (T_i + T_j) (T_i - T_j)$$

یا

$$Q_i = K' (T_i - T_j)$$

که در آن :

$$K' = \sigma \epsilon_i F_{ij} A_i (T_i^2 + T_j^2) (T_i + T_j)$$

و  $K'$  تابعی از  $T_j, T_i$  می‌باشد که در حقیقت  $K'$  به کمک  $T_j, T_i$  بدست آمده از مرحله قبلی محاسبه می‌شود. برای حالت عمومی معادله زیر در دسترس است:

$$[C]\{Q\} = [D]\{T^4\}$$

که سطر زام ماتریس  $[C]$  بدین صورت است:

$$[C] = \left( \frac{\delta_{ij}}{\varepsilon_i} - F_{ij} \frac{1 - \varepsilon_i}{\varepsilon_i} \right) \frac{1}{A_i}, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

و سطر زام ماتریس  $[D]$  هم بدین صورت است:

$$[D] = (\delta_{ij} - F_{ij}) \sigma, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$\delta_{ji}$  = دلتای کرونگر،  $F_{ij}$  = ضرایب دید و  $\varepsilon_i$  = ضریب صدور مؤثر می باشد

برای حل  $\{Q\}$  دارید:

$$\{Q\} = [K^{ts}]\{T^4\} \quad \text{که} \quad [K^{ts}] = [C]^{-1}[D] \quad \text{و با ساده سازی و تعریف} \quad K' \quad \text{بدست می آید:}$$

$\{Q\} = [K']\{T\}$  که  $[K']$  شامل توان سوم  $T$  می باشد و در متد ماتریس تشعشعی از روش Non\_Hidden استفاده می شود و ضریب صدور کلی آن از فرمول زیر محاسبه می گردد:

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^n \left( \frac{\cos \theta_{ip} \cos \theta_{jq}}{\pi r^2} \right) A_{ip} A_{jq}$$

$m$  = تعداد نقاط تعریف شده روی سطح  $i$  و  $n$  = تعداد نقاط تعریف شده روی سطح  $j$  می باشد.

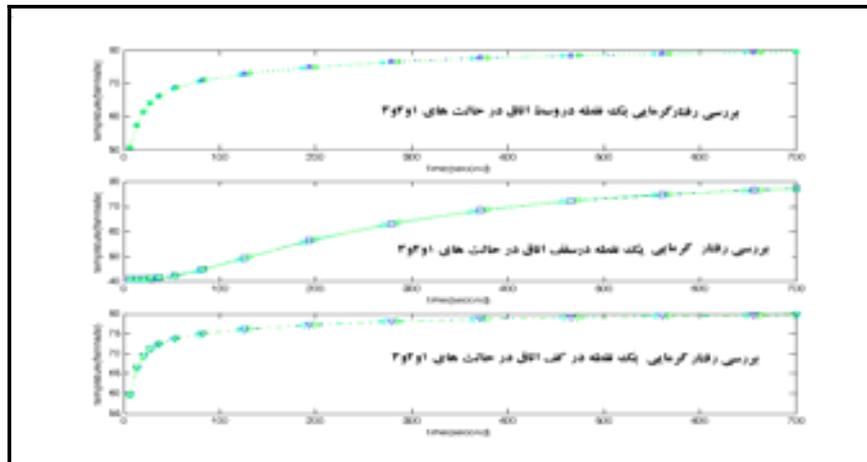
ماتریس بی بعد  $D$  توسط رابطه زیر محاسبه می شود:

$$D = \frac{d_{\min}}{\sqrt{A_{\max}}}$$

$d_{\min}$  = حداقل فاصله بین سطوح  $A_1$  و  $A_2$  و  $A_{\max} = \text{MAX}(A_1, A_2)$  می باشد.

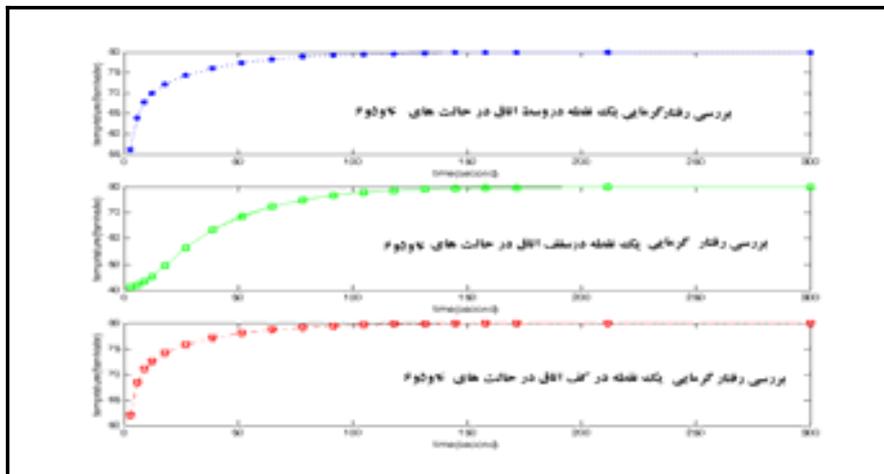
### نتیجه گیری

نتایج به صورت دیاگرامهای زیر ارائه شده اند. در هر نمودار، محور افقی شامل زمان و محور عمودی شامل مقادیر درجه حرارت برحسب فارنهایت است. این دیاگرامها در سه نقطه از اتاق (یکی در پائین، یکی وسط و دیگری نزدیک سقف) بوده و روند گرمایش آنها مد نظر است.



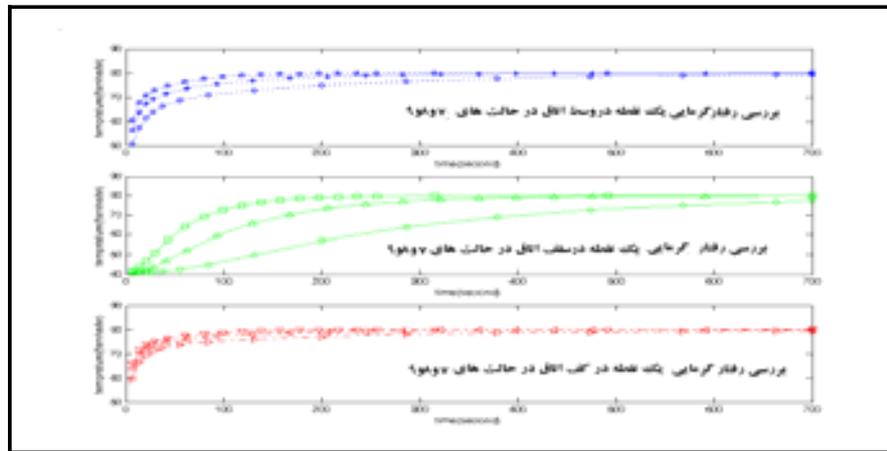
شکل ۳- بررسی اثر قطر لوله‌ها در زمان گرمایش

همانطور که در شکل ۳ می‌بینید، ۲ حالت ۲، ۱ و ۳ تفاوت زیادی با هم ندارند و منحنی‌های آنها بر هم تقریباً منطبق هستند. پس تغییر قطر لوله‌ها تأثیر زیادی بر زمان گرم شدن اتاق ندارند.



شکل ۴- بررسی اثر جنس لوله‌ها در زمان گرمایش

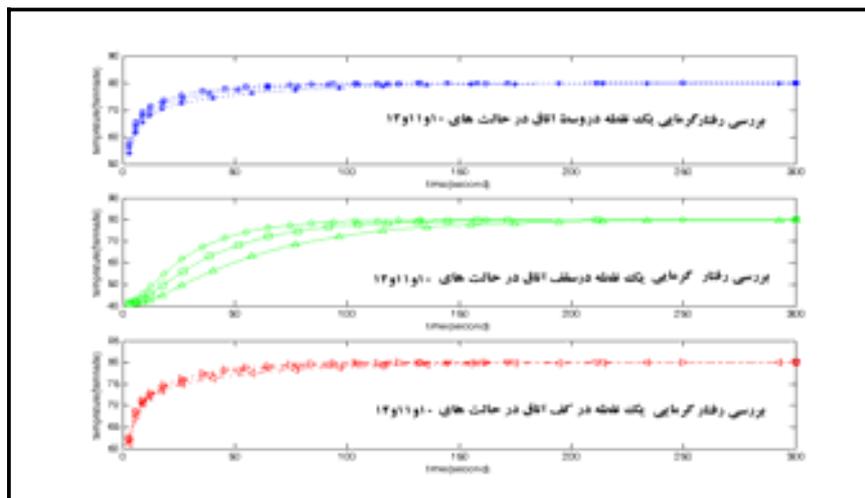
همانطور که در شکل ۴ می‌بینید، ۳ حالت ۳، ۴ و ۵ تفاوت زیادی با هم ندارند و منحنی‌های آنها بر هم تقریباً منطبق هستند. پس تغییر جنس لوله‌ها تأثیر زیادی بر زمان گرم شدن اتاق ندارند.



شکل ۵- بررسی اثر ضخامت covering در زمان گرمایش

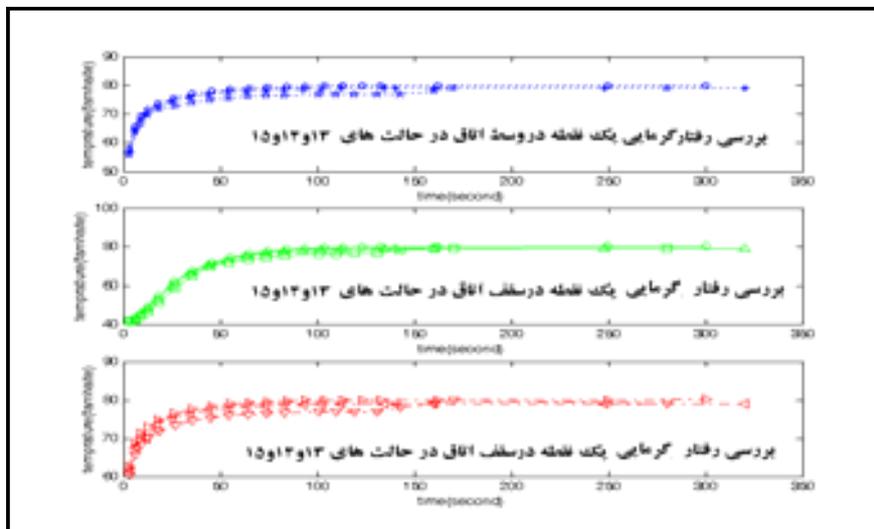
همانطور که در شکل ۵ می‌بینید، تغییر ضخامت covering تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر زمان گرم شدن دارد.

۱۱



شکل ۶- بررسی اثر جنس covering در زمان گرمایش

همانطور که در شکل ۶ می‌بینید، جنس covering نیز تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر زمان گرمایش دارد.



شکل ۷- بررسی اثر تعداد لوله‌ها در زمان گرمایش

همانطور که در شکل ۷ دیده می‌شود، افزایش تعداد لوله زمان گرم شدن را کوتاه‌تر می‌کند ولی این افزایش آنقدر مهم نیست.

### جمع بندی نتایج

الف) جنس و قطر لوله دارای کمترین تأثیر نسبت به پارامترهای دیگر می‌باشد.  
 ب) مهمترین عوامل در این تحلیل عبارتند از: جنس و ضخامت کف پوش (زیرا عمده‌ترین مکانیزم انتقال حرارت تشعشع است و با توجه به آنکه  $K_2 = xc/2c$ ، لذا تغییر  $K_2$  می‌تواند منجر به تغییر سرعت انتقال حرارت بشود).

ج) به طور کلی مهم ترین عامل ضخامت کف پوش می‌باشد که از مقایسه نتایج بدست می‌آید.  
 د) تعداد لوله‌ها پارامتر چندان پر اهمیتی نیست، لذا می‌توان گفت که: «با تعداد لوله کمتر و انتخاب مناسبتر کف پوش، می‌توان در مصرف سوخت و هزینه تجهیزات موتور خانه و لوله‌کشی صرفه جویی نمود.»

منابع خطاهای احتمالی در این تحلیل به قرار زیر اعلام می‌گردد:

- ۱- مقادیر  $P$  و  $C$  در مورد پانل و کف پوش بطور تخمینی در این تحلیل در نظر گرفته شده‌اند.
- ۲- مقادیر دمای اولیه اتاق به‌طور تخمینی وارد شده است.
- ۳- سایر خواص حرارتی مواد بر مبنای کتب مرجع وارد شده‌اند.
- ۴- مقادیر  $\varepsilon$  در تابش نیز به‌طور فرضی وارد شده است.

علائم اختصاری	توضیحات	علائم اختصاری	توضیحات
{q}	بردار شار حرارتی	$h_f$	ضریب جابجایی (همرفت) فیلم
T	دما	$T_B$	دمای بالک
$\rho$	چگالی	$T_s$	دمای سطح مدل
c	گرمای ویژه	$T_i$	دمای مطلق سطح i
t	زمان	$T_j$	دمای مطلق سطح j
$\ddot{q}$	حرارت تولیدی در واحد سطح	$K'$	تابعی از $T_i$ و $T_j$
{L}	بردار عملگر	$\sigma$	ثابت استفان بولتزمن
$K_{xx}, K_{yy}, K_{zz}$	ضرایب انتقال حرارت در سه جهت	$F_{ij}$	ضریب تبادل تشعشع (بدون بعد) - ضریب دید
$A_i$	سطح مقطع جسم i	$N_i, N_j$	خطوط نرمال بر سطوح تشعشع
r	فاصله بین دو سطح	$\delta_{ij}$	دلتای کروئکر
$\theta_i$	زوایه بین بردار سطح i و خط شعاعی که موازی $d(A_j)$ است.	$d_{min}$	حداقل فاصله بین سطوح $A_2, A_1$
$\theta_j$	زوایه بین بردار سطح j و خط شعاعی که موازی $d(A_i)$ است.	m	تعداد نقاط تعریف شده روی سطح i
$A_i$	سطح مقطع جسم i	n	تعداد نقاط تعریف شده روی سطح j

#### منابع

- ۱- انتقال حرارت (گرما) - جلد اول - نوشته م. نجاتی لوزیشیک - ترجمه اسماعیل خوشروان - مرکز نشر دانشگاهی - چاپ اول ۱۳۷۰
- ۲- تأسیسات ساختمان - تألیف سید مجتبی موسوی نائینیان - انتشارات قائم - چاپ اول ۱۳۷۱
- ۳- محاسبات تأسیسات ساختمان - تألیف سید مجتبی طباطبایی - انتشارات روزبهان - چاپ هشتم ۱۳۸۱
- ۴- مبانی محاسبات و مقررات تأسیساتی مکانیکی ساختمان - تألیف سید علی عمادالساداتی - انتشارات علمی و نی - سال ۱۳۷۲
- 5- Heat Transfer - J. P. Holman - 9<sup>th</sup> Edition 2002
- 6- ASHRAE HANDBOOK
- 7- Carrier Air Conditioning
- 8- Handbook of Heat Transfer - 3rd Edition 1998- McGraw Hill
- 9- Ansys theory manual handbooks