بررسی انرژی تجدیدپذیر حاصل از جریان آزاد آب توسط توربین آبی

محمدرضا محمدی نائینی[۱]

تاریخ دریافت مقاله:
۸۸/۱۰/۲۸
تاریخ پذیرش مقاله:
۸۹/۱/۲۸

چکیده:

آگاهی از محدودیتهای بهره وری از توربین به ما کمک می کند تا بتوانیم طراحی مزارع تولید توان بادی و آبی را بهینه کنیم. برآورد دقیق از اندازه توان تئوری تولیدی توسط توربین در جریان آزاد سیال از اهمیت زیادی برخوردار است زیرا که علاقه در حال رشد برای توسعه در تولید توان از منابع بادی و منابع آبی با ارتفاع صفر بطور روز افزون مورد توجه می باشد. این منابع انرژی جنبشی عظیمی از جریان اقیانوسها و جذر و مد و رودخانه های بدون احداث سد را شامل می شوند. در این مقاله، یک مدل ریاضی صریح و قابل حل برای برآورد بیشترین راندمان توربین در جریان آزاد ارائه شده است. این نتایج می تواند برای توربین های آبی مولد برق که در آن احداث سد غیر ممکن است مورد استفاده قرار گیرد. این مدل با صفحه ای متناهی و دو بعدی با نفوذ پذیری جزیی در جریان غیر قابل تراکم سر و کار دارد که برای پروانه های دو بعدی مطلوب بوده ولی برای توربینهای با جریان سه بعدی متقاطع و مارپیچی کمتر مناسب است. جالب ترین یافته تجزیه و تحلیل ما این است که برای جریان آزاد بیشترین بازده پروانه مسطح حدود ۳۰ درصد می باشد. این نتیجه در تقابل شدید با مقدار ارائه شده توسط Betz که ۶۰ درصد بوده و به طور معمول در حال حاضر برای چندین دهه استفاده شده است، قرار دارد. نشان داده شده است که ارزیابی بالای Betz ناشی از صرف نظر نمودن از انحنای جریان سیال است. همچنین، اثبات شده است که توربین مارپیچی سه بعدی حداقل برای کاربردهای آبی خیلی کارامدتر از پروانه دو بعدی می باشد.

کلمات کلیدی:
هد، دبی، توربین مارپیچی، راندمان، جریان آزاد ، نگاشت همدیس

۱)عضو هیئت علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکز M_Mohammadi@iiuctb.ac.ir

مقدمه

دانستن حدود راندمان توربین کمک می کند تا بتوانیم طراحی توربینهای آبی را بهینه کنیم. کلیه توربینهایی که در نیروگاههای آبی در حال کار هستند ، طبق طراحی سنتی برای جریان داخلی طراحی شده اند. در اصل طراحی توربین جهت استحصال انرژی از جریان آزاد با طراحی آن برای گرفتن انرژی از جریان داخل لوله متفاوت است. این طراحی، علاوه بر اقتصادی بودن، دارای راندمان بالایی در استحصال توان از جریان رودخانه ها می باشد . علت این امر استفاده از بیشترین هد آب در توربینهای مرسوم می باشد که به تمام آب عبور کرده از داخل توربین ماکزیمم فشار را تحمیل می کند اما، در توربین جریان آزاد هد آب نزدیک صفر است. این در حالی است که سدها محیط زیست را تخریب نموده و باعث کوچ ماهیها نیز می شوند. علاوه بر این، این نیروگاهها نمی توانند از انرژی آب اقیانوسها و یا رودخانه های موجود در ارتفاعات پایین سطح زمین ، بهره ببرند. لذا، به طراحی توربینهای جدیدی نیاز است که بتوانند انرژی جریان آزاد آب را استحصال نمایند. برای یک دوره ده ساله، دانشمندان و مهندسان تلاش موفقیت آمیزی در طراحی و ساخت توربینهایی برای جریان آزاد و با هد کم را داشته اند. توربینهای متداول با راندمان خیلی بالا ، در هد زیاد کاربرد دارند و در هد های کم با همان راندمان ، خیلی گران قیمت خواهند بود و در عمل کاربردی ندارند. برای توربین با جریان آزاد مسئله اساسی این است که هرگونه تلاشی در استفاده از جریان عبوری از توربین به طور مؤثرتر، باعث عبور جریان حول پره ها بصورت streamlining شده و در نتیجه باعث کاهش راندمان خالص می گردد.

از آنجا که انتخاب توربین بر اساس هد صورت می گیرد و کمتر به مقدار دبی مربوط است، لذا، برای هدهای خیلی کم مانند جریان رودخانه ها یا امواج دریا با توربینهای معمولی کاپلان نمی توان انرژی مفید قابل ملاحظه ای به دست آورد. لذا، برای این گونه مواد توربینهای مارپیچی مطرح می شوند در این مقاله مدل ریاضی صریح برای تخمین بیشترین راندمان توربینها در جریان با سطح آزاد سیال با استفاده از نگاشت همدیس در صفحه محاسباتی ارائه می شود.

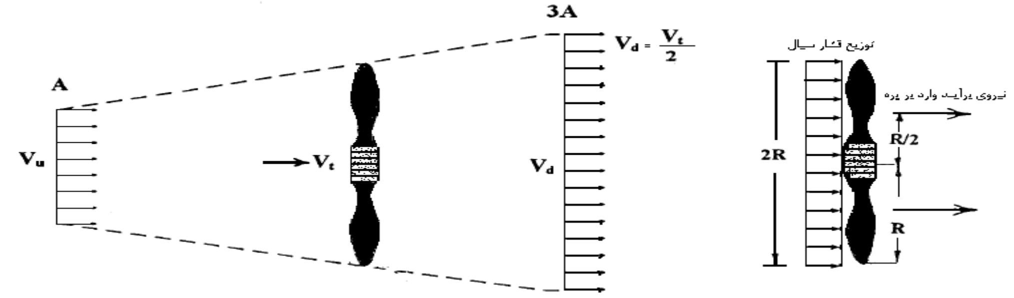
توربین مارپیچی Gorlov که بر اساس طرح توربین Darrieus طراحی شده است، دارای تیغه های ایرفویل شکلی می باشد که راندمان خوبی دارند و از آنجا که ارتعاش در آن با تغییر پیچ خوردگی تیغه ها به شکل مارپیچ همانند یک ملکول DNA، تا حد زیادی مهار شده است، لذا، بر خلاف تیغه توربینDarrieus ، تیغه توربین مارپیچیGorlov پایدارتر بوده و به راحتی نمی شکند. توربین Gorlov می تواند ۳۵ درصد انرژی آب را جذب نماید در حالی که توربین Darrieus تنها ۲۳درصد انرژی آب را جذب می کند. در تولید انرژی برق از جریان با هد صفر مزرعه ای در زیرآب تصور می شود که متشکل از شبکه ای از توربینهای مارپیچی است. به عبارت دیگر، صدها یا هزاران توربین متصل به هم در یک شبکه، انرژی آب رودخانه ها یا امواج دریا را به الکتریسیته تبدیل می کنند. این توربین ها چون در زیر آب هستند، دارای مزایای دیگری نیز می باشند از جمله این که دیده نمی شوند و صدایشان شنیده نمی شود و محیط زیست را نیز متاثر

نمی کنند. این توربین ها باعث صدمه دیدن جانوران دریایی نشده و به راحتی می توانند در حالت اتوماتیک قرار گیرند. چون استفاده از این توربین برای مصرف برق تولیدی در همان منطقه تولید انرژی می باشد، لذا، نیازی به ترانسفورماتور نداشته و استهلاک انرژی به صورت حرارت به حداقل خود می رسد. مجموعه ای از این توربینها در کره جنوبی مورد استفاده قرار گرفته که۸۰ مگاوات برق تولید می کند . نمونه ای از توربین Gorlov با دو پره در شکل (۱) نشان داده شده است[۴] .

شکل ۱: نمونه ای از توربین Gorlov با دو پره

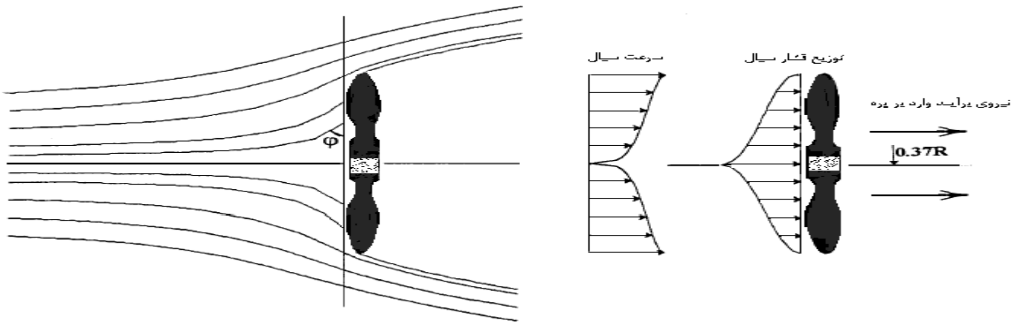
توربین جریان آزاد

مدلهایی برای گرفتن انرژی از آب در جریان آزاد ارائه شده است که از آن جمله می توان به مدل Betz اشاره کرد که یک مدل یک بعدی را برای توربین صفحه ای در نظر گرفته است. او جریان سیال عبوری از توربین را تراکم ناپذیرو با سرعت ثابت در هر مقطع، طبق شکل (۲) در نظر گرفته است. به این ترتیب، توربین تحت تاثیر توزیع فشار یکنواخت قرار دارد. در توربین با جریان آزاد، راندمان توربین عبارت است از نسبت توان تولیدی توربین به توان جریان یکنواختی که از سطح توربین می گذرد. Betz، بیشترین راندمان جریان عبوری از توربین جریان آزاد را با استفاده از معادله نرخ تغییر اندازه حرکت و همچنین معادله برنولی در حدود ۵۹/۳ درصد به دست آورده است.



شکل ۲: مدل یک بعدی Betz درحالت بهینه با راندمان %59.3

فرض اساسی Betz این بود که جریان پس از عبور از توربین مستقیم و یکنواخت باقی مانده و توزیع فشار یکنواختی را به توربین اعمال می کند. بار گسترده ناشی از این توزیع فشار باعث ایجاد نیرو و گشتاور ایجاد شده در توربین شده است. این فرض منجر به اغراق در توان تولیدی و راندمان توربین Betz شده است. مدل جدیدی تحت نام مدل GGS برای توربین صفحه ای در جریان آزاد با خطوط جریان منحنی در شکل ۳ نمایش داده شده است. همانطور که در شکل (۳) دیده می شود، در واقع جریان سیال وقتی در نزدیک مانع (پره توربین) قرار می گیرد، از مسیر مستقیم خود منحرف شده و مسیر منحنی را طی خواهد کرد و در نتیجه فشار وارد بر توربین کاهش می یابد. با در نظر گرفتن حرکت سیال در مسیر منحنی ، توان توربین و حدود راندمان آن با دقت خوبی به دست می آیند. مقایسه بین این دو مدل، نشان می دهد که در مدل Betz (شکل ۲)، نیروی حاصل از عمل هر پره در مرکز فشار که به فاصله R ۰/۵ (R شعاع توربین است) از محور توربین قرار دارد، اعمال می شود در حالی که در مدل GGS (شکل ۳) نیروی حاصل از عمل هر پره در مرکز فشار که در فاصله R ۰/۳۷ از محور توربین قرار دارد، عمل می کند که به محور توربین نزدیک تر است.

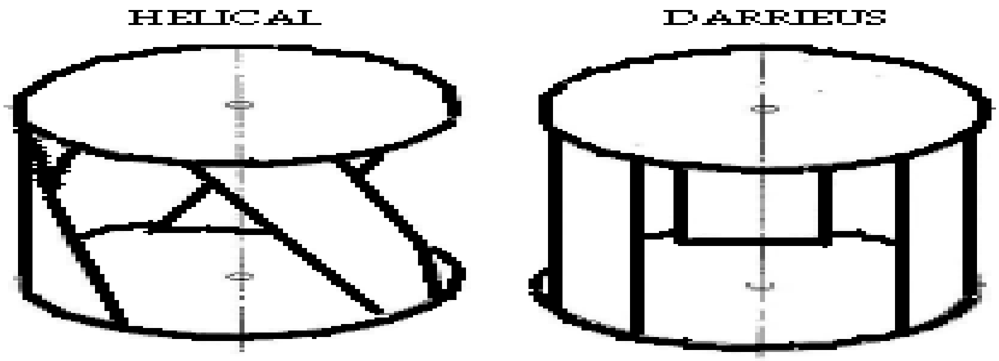


شکل ۳: مدل GGS با راندمان صفربرای $\varphi = 0$ **یا** $\varphi = \pi/2$ **و راندمان ماکزیمم** %30.1 **برای** $\varphi = 3\pi/8$

در هر دو مدل Betz و GGS مؤلفه های نیروی برآیند که نیروهای لیفت و درگ می باشند، گشتاوری ایجاد می کنند که توربین را می چرخاند. به سادگی دیده می شود که تفاوت بازوی گشتاور منجر به بیشتر شدن گشتاور در مدل Betz

نسبت به مدل GGS شده است. تستهای آزمایشگاهی و اندازه گیری ها و همچنین راندمان توربینهای در حـال کـار تأییـد می کنند که نتایج مدل Betz خیلی بیشتر از مقادیر واقعی است. این اندازه گیری ها نشان می دهد کـه تـوربین مـارپیچی سه بعدی راندمان ۳۵٪ را در بهترین شرایط هیدرولیکی ارائه می دهند که بیانگر برتری این توربینها بر سایر انواع پره های مسطح در جریان آزاد آب با هد صفر می باشد.

بر خلاف استفاده از توربینهای معمول از نوع چرخشی در جریان آزاد آب مانند تـوربین Betz، تـوربین عکـس العملـی Darrieus برای جریان آزاد در سال ۱۹۳۱ معرفی شد. این توربین طبق شکل (۴) به شکل بشکه با تعدادی پره، به شـکل ایرفویل مستقیم یا منحنی بوده و محور آن عمود بر جریان سیال می باشد. این توربین اجازه می دهد که بـا داشـتن سـطح مقطعی بزرگ برای عبور جریان، گشتاور زیادی در جریان با سرعت کم پدید آید. با این وجود، این توربین، در عمل کـاربرد چندانی نیافت، زیرا که، وقتی زاویه برخورد سیال با پره در حال دوران تغییر می کند، ضربان و ارتعاش پدید آمـده و باعـث خستگی زودرس و شکست قطعات و اتصالات مـی گـردد. در تـوربین مـارپیچی جدیـد Gorlov، طبـق شـکل (۴) تمـام مزیتهای توربین Darrieus وجود دارد، اما معایب آن حذف شده است. به طور مثال، این توربین اجازه می دهـد کـه جـرم زیادی از آب با سرعت کم عبور نماید و انرژی جنبشی آن گرفته شود. عامل اصلی ارزانی قیمت ایـن تـوربین سـاده بـودن روتور آن است [۲ و۳]. قرار گرفتن مارپیچی پره های روتور، ضربان و ارتعاش را حذف کـرده و عملکـرد کلـی آن را بهبـود بخشیده و راندمان آن را به بیشتر از ۳۵ درصد افزایش داده است که بین بقیه ماشینهای هیدرولیکی در جریـان آزاد از همـه بالاتر است.



شکل ٤: توربینهای مارپیچی وDarrieus

توربین هیدرولیکی در جریان آزاد

تفاوت اساسی بین بهره برداری از توربین با هد بالا و توربین در جریان آزاد آن است که در توربین جریان آزاد نیـاز بـه بازشدگی زیاد جهت امکان عبور هر چه بیشتر دبی آب با سرعت و فشار کم می باشد، در حالیکه توربینهـای متـداول بـرای

هدها و فشارهای بالا، در دبی های به نسبت پایین طراحی می شوند تا همه آب پشت سد امکان عبور را نداشته و تمام آب به سرعت رها نشود.

براساس قانونی برنولی، دانسیته انرژی پتانسیل جریان متناسب با فشار است، در حالی که دانستیه انرژی جنبشی متناسب با توان دوم سرعت می باشد. در توربینهای آبی متداول این دو پتانسیل انرژی طوری به کار گرفته می شوند که در حین بهره برداری از انرژی پتانسیل، از انرژی جنبشی نیز استفاده شود. این توربینها، برای بهره گیری از این دو انرژی نیازمند استحکام زیادی هستند چون پره های توربین باید بیشترین مسیر عبور جریان را پوشانده و با ایجاد مقاومت در جریان آب تولید هد نمایند. این امر منجر به اکاهش شدید سرعت سیال و افت انرژی جنبشی در مقایسه با انرژی پتانسیل فشاری می گردد. بنابراین، راندمان بالاتر در توربین های آبی به هد بالاتر آب مربوط بوده و آنرا به حدود ۹۰٪ در بعضی از موارد می رساند. در حالی که وضعیت برای جریان با سطح آزاد، به طور کامل بر عکس است و انرژی جنبشی در مقایسه با انرژی پتانسیل، حکم فرما است. لذا، توربینهای متداول برای استحصال انرژی آب در جریان آزاد توانائی کافی نداشته و خیلی گران تمام می شوند.

روابط ریاضی

روابط ریاضی مربوط به راندمان توربین در جریان آزاد در این قسمت توضیح داده می شود و مدلی برای تشریح و حل صریح یک نوع خاص از جریان در قسمت بعدی ارائه می گردد. در توربین جریان آزاد، راندمان توربین بر حسب مقاومت هیدرودینامیکی فرموله شده است. ناحیه ای را که توربین ها در آن نصب شده اند با علامت Ω نشان می دهیم، فرض می کنیم Ω محدوده ای باز با مرز مشخص باشد. همچنین، فرض می شود که توربینها در معرض جریان آرام و یکنواخت و مستقیم سیال در جهت مثبت محور x با سرعت V_∞ قرار دارند. ناحیه Ω بصورت مانعی در نظر گرفته شده که تا حدی در مقابل جریان سیال نفوذ پذیر است. این ناحیه در مقابل عبور جریان سیال از خود مقاومت نشان می دهد و دانسیته مقاومت آن r در نظر گرفته شده است. این بدان معنی است که معادله حاکم در ناحیه نفوذ پذیر Ω، برای ارتباط بین پتانسیل جریان و سرعت آن به صورت زیر خواهد بود:

$$-\vec{\nabla}P = r\vec{V} \tag{۱}$$

از طرف دیگر معادله بقای جرم نیز بصورت زیر خواهد بود که در آن P فشار و V سرعت جریان می باشند:

$$\vec{\nabla}.\vec{V} = 0 \tag{۲}$$

تصویر ناحیه Ω در صفحه yz را با Ω_n و سطح آن را با $|\Omega_n|$ نشان می دهیم. توان قابل انتقال توسط جریان سیال عبوری از ناحیه Ω_n برابر است با:

$$P_\infty = \frac{1}{2}\rho V^3{}_\infty \; |\Omega_n| \tag{۳}$$

بر حسب دانسیته مقاومت هیدرودینامیکی،توان تولیدی توسط توربین با استفاده از معادله ۱، به صورت زیر خواهد بود:

$$P = \int_\Omega \vec{\nabla} P \cdot \vec{V} = \int_\Omega \frac{1}{r}\left|\vec{\nabla} P\right|^2 = \int_\Omega r\left|\vec{V}\right|^2 \tag{۴}$$

راندمان توربین در جریان آزاد ε، عبارت است از نسبت توان انتقال یافته از آب به توربین P، به توان قابل انتقال توسط آب عبوری از مقطع توربین در صفحه عمود بر آن P_∞:

$$\varepsilon = \frac{P}{P_\infty} = \frac{\int_\Omega \vec{\nabla} P \cdot \vec{V}}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^3 |\Omega_n|} = \frac{\int_\Omega r\left|\vec{V}\right|^2}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^3 |\Omega_n|} \tag{۵}$$

با بهینه کردن دانسیته مربوط به مقاومت هیدرودینامیکی، می توان بیشترین راندمان توربین جریان آزاد را به دست آورد. از این مدل می توان بهترین نسبت بین جریان streamlining و جریان عبوری از توربین را نیز بدست آورد. راندمان ε را می توان به صورت تجربی اندازه گیری نمود تا بتوان میزان نزدیکی بهترین توربین تئوری را به توربین واقعی محاسبه کرد. اگر این مدل را برای سیال بدون لزجی به کار رود، باید پارادوکس دالامبر را مد نظر قرار دهیم . این پارادوکس عبارت از این است که جریان سیال غیر لزج از یک مانع منطبق بر streamline مقاومتی دریافت نمی کند و در نتیجه نمی تواند در برخورد با آن انرژی ذخیره شده اش را به توربین تحویل دهد. وقتی سیال به داخل مانع نفوذ نکند، این تناقص با در نظر گرفتن جریان هلمهولتز توام با جدای حل می شود [۵ و ۶].

روش ارائه شده را می توان برای جریان عبوری از مانع با نفوذ جزئی نیز تعمیم داد. برای این منظور، مدل ارائه شده توسط معادلات ۱ تا ۴ ، باید اصلاح شوند. معادله ۱ باید روی قسمتی نزدیک مرز ناحیه Ω متمرکز شود که در آن جریان قبل از نقطه جدایی، آرام است. اگر این ناحیه را با Ω' و دانستیه سطحی مقاومت روی آنرا با r نشان دهیم ، آنگاه معادله ۱ به صورت زیر در می آید:

$$[P] = r\,\vec{V}.\vec{n} \tag{۶}$$

در این معادله ، بردار $\vec{n}$ عمود بر ناحیه Ω' به سمت داخل و $[P]$ مقدار افزایش فشار در عرض ناحیه Ω' است. توان تولیدی توسط توربین عبارتست از:

$$P = \int_{\Omega'} [P] \vec{V}.\vec{n} \qquad (۷)$$

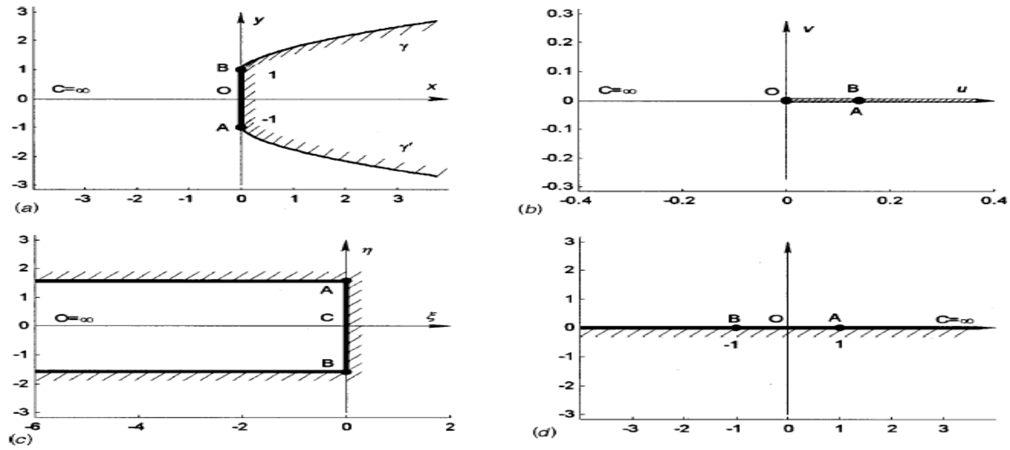
و راندمان توربین عبارت است از:

$$\varepsilon = \frac{p}{p_\infty} = \frac{\int_{\Omega'} [p]\, \vec{V}.\vec{n}}{(1/2)\rho\, V_\infty^{\ 2} |\Omega_n|} \qquad (۸)$$

مدل توربین با جریان آزاد

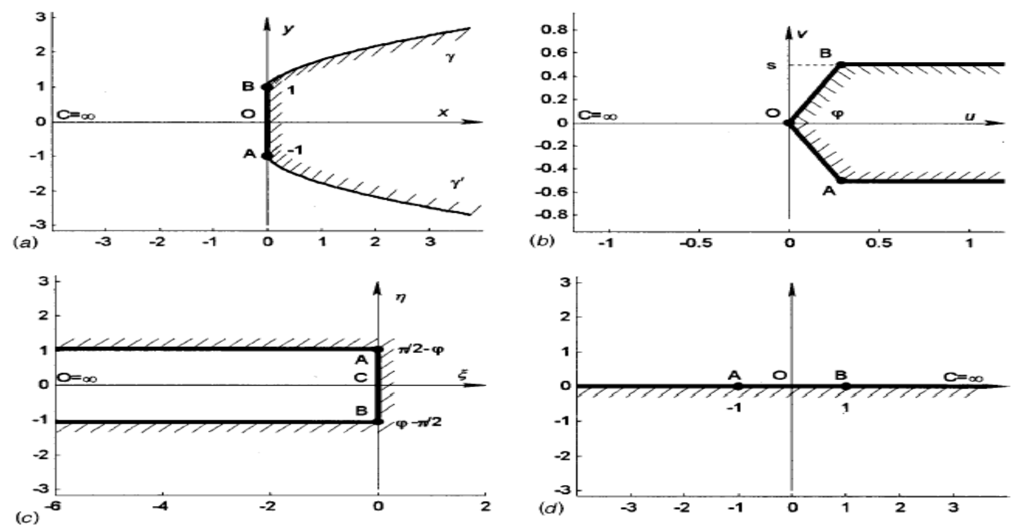
جریان اصلاح شده کیرشهف برای محاسبه راندمان توربین در جریان آزاد به کار می رود. این جریان همان جریان دو بعدی از نوع جریان هلمهولتز است که در آن جریان با لایه نازکی که بر آن عمود است، مواجه می شود [۴]. توجه به مدل دو بعدی برای محاسبه راندمان توربین تنها می تواند ارزیابی را بهتر کند، زیرا که، جریان باید دارای قیود بیشتری شده و به جریان کم عمق در حالت واقعی نزدیک تر شود. به عبارت دیگر، مدل دو بعدی این اجازه را می دهد که از روش نگاشت همدیس (Conformal mapping) استفاده شود. در حالی که از آن برای ابعاد بیشتر نمی توان استفاده کرد، چون هر نگاشتی در R^n برای$n \geq ۳$ ترکیبی از انتقال و معکوس سازی است [۱]. دیاگرام آرگاند، جریان کلاسیک کیرشهف را در شکل ۵a نشان می دهد. جریان عبوری از لبه پس از جدا شدن به وسیله خطوط جریان آزاد γ و γ' ناحیه سکون را تشکیل می دهد. این دو خط جریان نسبت به هم متقارنند چون جریان متقارن است. در خارج از ناحیه سکون، جریان از نوع جریان پتانسیل می باشد. اگر w پتانسیل مختلط جریان باشد، آن گاه برای آن تابع مختلط $\vec{V} = \overline{\partial w / \partial z}$ تعریف می شود. روی خطوط جریان آزاد γ و γ' شرایط مرزی $\vec{V} = \vec{V}_\infty$ ارضا می شود. این شرایط مرزی مسئله جریان آزاد را کامل می کند، که با استفاده از تبدیل کیرشهف که در ادامه ارائه شده حل می شود [۵ و۶]. پتانسیل مختلط $w(z)$، طبق شکل ۵b محدوده جریان را به ناحیه مثبت محور x انتقال می دهد.

تصویر ناحیه جریان در صفحه هدوگراف $\varsigma = \xi + i\eta = \ln \partial w / \partial z$ طبق نمودار۵c، ناحیه نواری (ξ, η) در محدوده $-\pi/2 \leq \eta \leq \pi/2$ و $-\infty \leq \xi \leq 0$ می باشد. برای بدست آوردن خطوط جریان آزاد γ و γ'، با متوسط گیری از انتگرال شوارتز –کریستوفل، نگاشت همدیس از صفحه ς به صفحه w ساخته شده و ما را در به دست آوردن تبدیل $z(w)$ یاری می دهد.



شکل ۵: جریانkirchhoff - (a) ضفحه z ،(b) صفحه پتانسیل w ،(c) صفحه هدوگراف ς،(d) صفحه t

همچنین، این روش در حالت نفوذ جزیی جریان در مانع نیز کاربرد دارد. تصویر یک جریان دلخواه در صفحات w و ς می تواند خیلی پیچیده باشد، اما، اگر فرض کنیم که جریان در هر نقطه با زاویه یکسان از لایه نازک عبور می کند، تبدیل کیرشهف هنوز قابل استفاده خواهد بود. این زاویه را زاویه گام نامند و آنرا با ϕ نشان می دهند. شکل جریان در صفحات w و z و ς در شکل ۶ نشان داده شده است. واحدهای طول، زمان و جرم را می توان طوری انتخاب کرد که دانسیته سیال، پهنای لایه نازک و سرعت جریان دور از جسم، همگی واحد در نظر گرفته شوند.



شکل ٦: جریانkirchhoff اصلاح شده– (a) صفحه z ،(b) صفحه پتانسیل w ،(c) صفحه هدوگراف ς،(d) صفحه t

حل عددی

به جای یافتن معادله دیفرانسیل برای پتانسیل w، از نگاشت همدیس ς به w با کمک متغیر اضافی t، استفاده می‌کنیم. نگاشت از صفحه t به صفحه ς با شرایط مرزی نشان داده شده در شکل ۶ به صورت زیر است:

$$\varsigma = -\left(1-\frac{2\varphi}{\pi}\right)Ln\left(\frac{1}{t}+\frac{1}{t}\sqrt{1-t^2}\right)-i\left(\frac{\pi}{4}-\varphi\right) \tag{۹}$$

نگاشت از صفحه t به صفحه w به وسیله انتگرال شوارتز ـ کریستوفل ساخته می شود:

$$\frac{dw}{dt} = \frac{2s}{\varphi}(t^2-1)^{\varphi/\pi}\, t^{(1-2\varphi/\pi)} \tag{۱۰}$$

$$w(t) = \frac{2s}{\varphi}\int_0^t (\tau^2-1)^{\varphi/\pi}\,\tau^{(1-2\varphi/\pi)}\,d\tau \tag{۱۱}$$

در این جا، s عرض ناحیه سکون در صفحه w است که می تواند فاصله بین خطوط جریان آزاد در بینهایت، یا کسری از جریان عبور کرده از توربین باشد. چون $\varsigma = \ln\frac{dw}{dz}$ است ، لذا معادله ۸ نتیجه می دهد:

$$Ln\frac{dz}{dw} = \left(1-\frac{2\varphi}{\pi}\right)Ln\left(\frac{1}{t}+\frac{1}{t}\sqrt{1-t^2}\right)+i\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right) \tag{۱۲}$$

$$\frac{dz}{dw} = e^{i\left(\pi/2-\varphi\right)}\left(1+\sqrt{1-t^2}\right)^{1-2\varphi/\pi} t^{2\varphi/\pi-1} \tag{۱۳}$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{dz}{dw}\frac{dw}{dt} = \frac{2is}{\varphi}\left(1+\sqrt{1-t^2}\right)^{1-2\varphi/\pi}\left(1-t^2\right)^{\varphi/\pi} \tag{۱۴}$$

با استفاده از معادله ۱۴و این حقیقت که $\int_0^1 \frac{dz}{dt}dt = i$ می باشد، می توان s را به صورت زیر یافت:

$$S = \frac{\varphi}{zI_2(\varphi)} \tag{۱۵}$$

$$I_2(\varphi) = \int_0^1 (1+\sqrt{1-t^2})^{1-2\varphi/\pi}\left(1-t^2\right)^{\varphi/\pi} dt \tag{۱۶}$$

از معادله برنولی، افزایش فشار در لایه نازک عبارت است از:

$$[p]=\frac{1}{2}\left(V_\infty^2-V^2\right) \tag{۱۷}$$

راندمان طبق معادله ۸ به صورت زیر به دست می آید:

$$\varepsilon=\frac{\int_{-1}^{1}V_x(y)(V_\infty^2-V^2)dy}{2V_\infty^2} \tag{۱۸}$$

$$\Rightarrow \varepsilon=\frac{\int_{0}^{1}V_x(y)(V_\infty^2-V^2)dy}{V_\infty^2} \tag{۱۹}$$

$$\Rightarrow \varepsilon=\int_0^1(\mathrm{Re}\frac{dw}{dz})(1-\left|\frac{dw}{dz}\right|^2)dy \tag{۲۰}$$

$$\Rightarrow \varepsilon=\frac{1}{i}\int_0^1(\mathrm{Re}\frac{dw}{dz})(1-\left|\frac{dw}{dz}\right|^2)\frac{dz}{dt}dt \tag{۲۱}$$

$$\Rightarrow \varepsilon=s-\frac{1}{i}\int_0^1(\mathrm{Re}\frac{dw}{dz})\left|\frac{dw}{dz}\right|^2\frac{dz}{dt}dt \tag{۲۲}$$

$$\Rightarrow \varepsilon=s-\sin\varphi\int_0^1\left|\frac{dw}{dz}\right|^3\frac{dz}{idt}dt \tag{۲۳}$$

$$\Rightarrow \varepsilon=\frac{1}{I_2(\varphi)}(\frac{\varphi}{2}-I_3(\varphi)\sin\varphi) \tag{۲۴}$$

که در این معادله $I_3(\varphi)$ با استفاده از $I_2(\varphi)$ به صورت زیر تعریف می شود:

$$I_3(\varphi)=\frac{I_2(\varphi)}{i}\int_0^1\left|\frac{dw}{dz}\right|^3\frac{dz}{dt}dt \tag{۲۵}$$

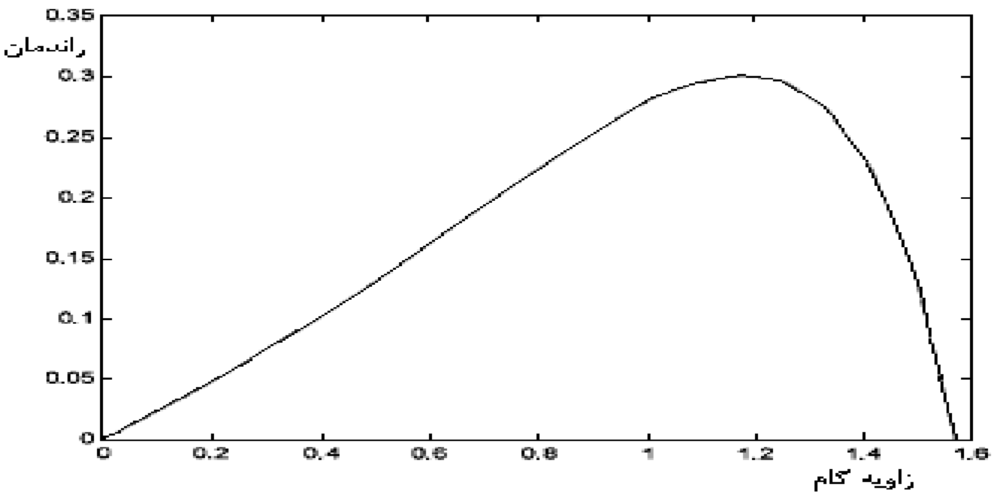
$$\Rightarrow I_3(\varphi)=\int_0^1(1+\sqrt{1-t^2})^{4\varphi/\pi-2}(1-r^2)^{\varphi/\pi}t^{3-6\varphi/\pi}dt \tag{۲۶}$$

نتیجه گیری

مقادیر راندمان ε و اندازه جریان عبوری از توربین S برای یک مجموعه از زاوایای گام φ که در جدول ۱ آورده شده اند، به صورت عددی محاسبه شده است. منحنی های مربوطه نیز در شکلهای (۷) تا (۹) ترسیم شده اند. زاویه گام φ از صفر (جریان کلاسیک کیرشهف که خطوط جریان در آن کاملا Streamlining است) تا $\pi/2$ (جریان بدون آشفتگی)، تغییر می کند. اشکال (۷) و (۸) راندمان ε و اندازه جریان عبوری S را بر حسب زاویه گام ارائه میدهند و شکل (۹) راندمان ε را برحسب اندازه جریان عبوری S نشان میدهد. ملاحظه می شود که اندازه جریان عبوری S بر حسب زاویه گام φ صعودی بوده ولی، راندمان پس از طی مسیر صعودی به حداکثر مقدار خود رسیده و آنگاه کاهش می یابد. بیشترین راندمان حدود ۰/۳۰۱۱۳ بوده و وقتی به دست می آید که $\varphi=۳\pi/۸=۱/۱۷۸۱$ و $S=۰/۶۱۳۰۲$ باشد.

تجزیه و تحلیل ارائه شده در این پژوهش نشان می دهد که:

۱–با وجود این که گروه محدودی از جریان (گروه دارای یک متغیر) برای بهینه سازی در نظر گرفته شده است، اما می توان این گونه ارزیابی کرد که، هنگامیکه مقاومت در برابر نفوذ جریان در ناحیه Ω نسبتا کم باشد و مقدار زیادی از جریان (حدود۶۱ ٪) از توربین عبور کند، راندمان به بیشترین مقدار خود می رسد. به عبارت دیگر، بیشترین راندمان نمی تواند بیشتر از مقدار به دست آمده در این جا باشد.



شکل ۷: راندمان ε بر حسب زاویه گام φ

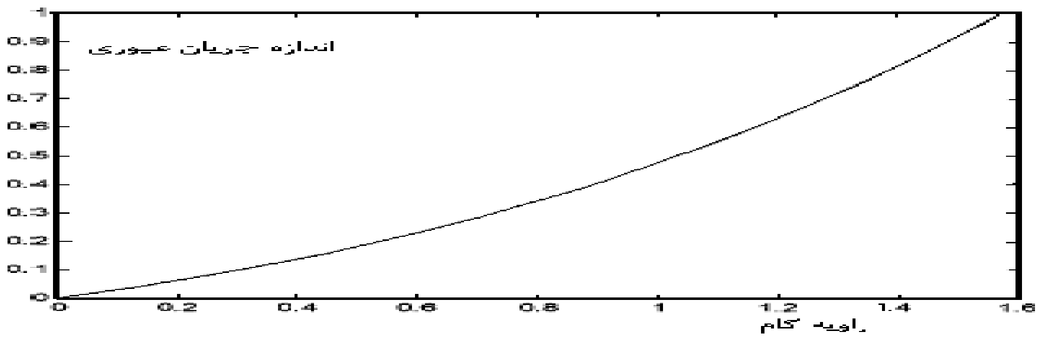
جدول ۱: مقادیر عددی کمیتها

شماره	بازده	زاویه گام
۰	۰	۰
۱	۰/۰۱۷۶	۰/۰۷۸۵۴
۲	۰/۰۳۶۴۶	۰/۱۵۷۰۸
۳	۰/۰۶۹۲۲	۰/۲۳۵۶۲
۴	۰/۰۷۷۷۱	۰/۳۱۴۱۶
۵	۰/۰۹۹۹۸	۰/۳۹۲۷
۶	۰/۱۲۳۲	۰/۴۷۱۲۴
۷	۰/۱۴۷۱۷	۰/۵۴۹۷۸
۸	۰/۱۷۱۶۴	۰/۶۲۸۳۲
۹	۰/۱۹۶۲۵	۰/۷۰۶۸۶
۱۰	۰/۲۲۰۵	۰/۷۸۵۴
۱۱	۰/۲۲۰۵	۰/۸۶۳۹۴
۱۲	۰/۲۶۴۹۴	۰/۹۴۲۴۸
۱۳	۰/۲۸۲۹۲	۱/۰۲۱۰۲
۱۴	۰/۲۹۵۸۲	۱/۹۹۵۸
۱۵	۰/۳۰۱۱۳	۱/۱۷۸۱
۱۶	۰/۲۹۵۲۱	۱/۲۵۶۶۴

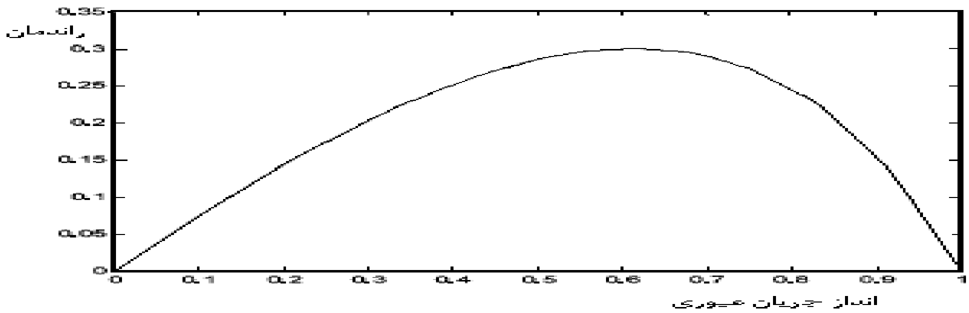
۲–مدل توربین با جریان آزاد گروه جدیدی از مسائل مربوط به جریان Streamlining عبوری از یک مانع با نفوذ جزئی را ارائه میدهد و می تواند کاربردهای دیگری نیز داشته باشد. بعضی از این مسائل می توانند حل های صریح داشته باشند.

۳–از آنجا که سرعت جریان در ابتدای مدل پیشنهادی به صفر میل می کند، این مدل به خصوص برای توربین پروانه ای دو بعدی در جریان آزاد استفاده است. اندازه راندمان تئوری به دست آمده در این مدل ۳۰/۱ ٪ می باشد. تستهای انجام شده در مزارع تولید توان در نیروگاههای آبی و بادی این نتیجه را تائید می کنند. راندمان اغلب پروانه های آبی و بادی در جریان آزاد در محدوده ۱۰ تا ۲۰ درصد می باشند. بعبارت دیگر توربین هیدرولیکی مارپیچی سه بعدی، راندمان را تا حدود ۳۵ درصد در همان شرایط جریان آزاد، افزایش می دهد [۳]. این راندمان بالا را می توان به وسیله مدل سازی روتور سه بعدی به عنوان ترکیبی از دو توربین مسطح که توان آنها از قسمتهای جلو و عقب توربین اصلی جریان عمودی به دست می آید، تشریح کرد.

۴–با استفاده از تحقیقات قبلی انجام شده در مورد استحصال انرژی از جریان آزاد سیال و مقایسه آنها به این نتیجه می رسیم که حداکثر راندمان قابل حصول با استفاده از مدل های Betz و GGS و Darrieus و توربین مارپیچی Gorlov به ترتیب حدود ۶۰٪ و ۳۰٪ و ۲۳٪ و ۳۵٪ می باشند که مقدار ارائه شده توسط Betz به دلیل در نظر نگرفتن انحنای خطوط جریان حول پره نادرست است.



شکل ۸: جریان عبوری S بر حسب زاویه گام φ



شکل ۹: راندمان ε بر حسب اندازه جریان عبوری S

منابع

[1] Dubrovin, B. A.,Fomenko,A.T., and Novikov,S.P.,1992,Modern Geometry-Methods and Applications.part 1. Graduate Text in Mathematics,93,Springer-Verlag. New York,NY.

[2] Gorlov,A.M.1995,"The Helical Turbine : A New Idea for Low-Head Hydropower," Hydro Rev,14 No.5,pp. 44-50.

[3] Gorlov,A.M.1998," Helical Turbine for the Gulf Stream,"Marine Technology,35,no 3,pp. 175-182.

[4] J, International Water Power and Dam Construction ,2007.

[5] Lavrentiev,M.A., and Shabat, B. V.,1977,Problemy gidrodynamiki i ikh matematicheskie modeli (Problems of Hydrodynamics and Their Mathematical Models), 2nd Edition, Izdat."Nauka,".

[6] Milna-Thomson,L.M,1960, Theoretical hydrodynamics, 4thEdition, Mac-Millan,New York,NY.